

LOGICA, PREFERENZE E DELIBERAZIONE

Un modello logico dei processi deliberativi

1. INTRODUZIONE

Recentemente si sono sviluppate diverse interazioni tra la teoria della scelta sociale e la logica matematica, in parte motivate da una certa sovrapposizione di problemi. In particolare, dallo studio formale del ragionamento individuale, la logica si è negli ultimi tempi occupata di descrivere formalmente l'interazione di gruppi di individui che ragionano su credenze e preferenze. In teoria della scelta sociale, d'altra parte, sono emersi problemi di carattere formale, come la rappresentazione dei linguaggi delle preferenze o lo studio della complessità delle procedure di votazione.

Lo sviluppo di logiche multi-agenti ha introdotto in logica problematiche vicine a quelle trattate nella teoria della scelta sociale, i formalismi di tipo logico che si sono recentemente sviluppati hanno avuto tra i loro obiettivi lo studio dell'informazione che gruppi di agenti condividono ed elaborano seguendo procedure di aggregazione che tengano conto del contributo dei singoli individui.

I formalismi di tipo logico costituiscono un ambiente formale che è interessante valutare per presentare problemi classici sorti nell'ambito della teoria della scelta sociale.

In questo lavoro, presento alcune applicazioni di una logica che consente di formalizzare e di rappresentare relazioni di preferenza di individui e di esprimere considerazioni relative all'informazione alla quale gli individui possono accedere relativamente alle preferenze degli altri individui e ai criteri che giustificano tali preferenze.

La scelta del formalismo proposto è motivata dal fine di presentare un modello per descrivere l'informazione coinvolta nei processi deliberativi. Verrà qui considerato un significato piuttosto astratto e limitato di deliberazione che consentirà tuttavia di investigare e di esplicitare i diversi livelli di informazione che si sovrappongono in un processo deliberativo, e che difficilmente si riescono a formalizzare senza una logica, come la distinzione tra preferenze espresse e giustificazione dei criteri in base ai quali le alternative vengono ordinate in un certo modo.

La struttura dell'articolo è la seguente. Nella sezione 2 richiamo alcune nozioni di teoria della scelta sociale e in particolare discuto brevemente il teorema di Arrow e il tipo di impossibilità di aggregazione che stabilisce. Nella sezione 3 presento la nozione di profilo di preferenze a un solo picco e introduco alcuni aspetti della deliberazione, seguendo l'analisi della deliberazione svolta in (Dryzeck e List 2003). Nella sezione 4, richiamo brevemente alcune caratteristiche delle logiche epistemiche delle preferenze (van Benthem e Liu 2007), al fine di presentare le applicazioni successive e in particolare il ruolo espressivo di tali linguaggi.

Nella sezione 5 presento, senza entrare nei dettagli tecnici, un modello logico basato sulle logiche dinamiche delle preferenze in grado di esplicitare molti aspetti dell'informazione coinvolta nel processo di deliberazione sulle preferenze. La sezione conclusiva è dedicata alle ulteriori applicazioni e ai temi originali che un modello di questo tipo, e più in generale l'uso di formalismi di tipo logico, consente di introdurre.

2. SCELTE SOCIALI E CONDIZIONI DI RAZIONALITÀ

La problematicità del rapporto tra condizioni di razionalità poste su individui che singolarmente esprimono le proprie preferenze e condizioni di adeguatezza di una procedura che le aggrega in un ordinamento collettivo fu reso per la prima volta esplicito con il paradosso di Condorcet.

Supponiamo che tre individui, 1, 2 e 3, ordinino le tre alternative a , b , c nel modo seguente:

$$1: a < b < c$$

$$2: b < c < a$$

$$3: c < a < b$$

Gli ordinamenti individuali si assumono essere transitivi (se a è preferita a b e b è preferita a c , allora a sarà preferita a c), irriflessivi (un'alternativa non è preferita a se stessa) e connessi (date due alternative qualsiasi, gli individui sanno ordinarle). Se si utilizza la regola di maggioranza, votando sulle alternative a due a due, si ottiene $a < b$, siccome 1 e 3 preferiscono a a b , $b < c$, poiché 1 e 2 preferiscono b a c , e infine si ottiene $c < a$ dato che 2 e 3 preferiscono c ad a .

Tuttavia, da $a < b$ e $b < c$, per la transitività, segue anche $a < c$, quindi ci si trova di fronte a un esito paradossale, che si può considerare da due punti di vista complementari.

Da un lato $a < c$ e $c < a$, implicano per la transitività $a < a$, che non è coerente con le assunzioni relative agli ordinamenti di preferenza individuali: avevamo assunto che gli ordinamenti fossero irriflessivi e

ci troviamo di fronte a un ordinamento collettivo che non soddisfa tale proprietà.

Quindi sembra che la regola di votazione a maggioranza non *conservi* le proprietà che si utilizzano per descrivere un comportamento razionale individuale; vale a dire, non si riesce a descrivere la razionalità collettiva nello stesso modo in cui si descrive la razionalità individuale.

Dall'altro lato, i rapporti di preferenza che si ottengono dalla votazione a maggioranza, $a < b$, $b < c$ e $c < a$ comportano un ciclo: l'ordinamento collettivo non è quindi in grado di determinare un'alternativa vincente¹, anzi, il ciclo appiattisce tutte le alternative in questione e si perde ogni informazione sugli ordinamenti individuali che l'ordinamento collettivo dovrebbe in qualche modo riassumere.

Il paradosso di Condorcet riguarda, come abbiamo visto, la procedura di voto a maggioranza. È ragionevole chiedersi se vi siano altre procedure di voto che siano compatibili con le nostre intuizioni circa la democraticità della procedura e che producano un esito soddisfacente. Questa, in estrema sintesi, la domanda che si è posto Arrow e da cui deriva il suo famoso risultato.

L'aspetto su cui è interessante porre l'accento in questa sede è il ruolo fondazionale del teorema di Arrow: la formalizzazione delle condizioni di adeguatezza poste sulla procedura di aggregazione degli ordinamenti individuali definisce un significato preciso per le nostre intuizioni circa la democraticità della aggregazione. L'enunciato del teorema, che generalizza le considerazioni svolte sul paradosso di Condorcet, sancisce che non è possibile definire una procedura di voto che sia compatibile con le nostre intuizioni di democraticità e nello stesso tempo produca un ordinamento di preferenza razionale o, almeno, razionale quanto lo sono gli ordinamenti individuali.

¹ Più precisamente, non si riesce a determinare un'alternativa Condorcet-vincente, ossia un'alternativa che vince su ogni altra nei confronti a due a due. È utile richiamare l'importanza della nozione di Condorcet-vincente. Innanzitutto la possibilità di spezzare un ordinamento di diverse alternative, o candidati da preferire per un'elezione, in confronti a due a due sembra ragionevole almeno da due punti di vista: in primo luogo consente di ridurre una procedura a confronti sì/no sul rapporto tra due alternative: $x < y$ o $y < x$; dall'altro, considerando la complessità della procedura di voto, e della quantità di informazione che si richiede agli individui votanti, la possibilità di confronti a due a due semplifica molto le cose. Si pensi ad esempio alla procedura di Borda, che richiede di *pesare* ogni candidato secondo una scala numerica. Il problema dei confronti a due a due è che una procedura di voto potrebbe essere sensibile all'*ordine* degli «incontri», e quindi manipolabile. Basta pensare al caso di un torneo in cui le possibilità di andare avanti in classifica dipendono dal fatto che non vengano incontrate le squadre più forti nel primo girone. La nozione di Condorcet-vincente può essere considerata un compromesso ragionevole tra la quantità di informazione richiesta ai votanti e la non manipolabilità della procedura. Quindi il fatto che la maggioranza non riesca ad individuare il vincitore di Condorcet costituisce un problema concreto.

2.1. Il teorema di Arrow

Vediamo più in dettaglio il modello formale di scelta sociale definito da Arrow. Sia N un insieme (finito) di individui e A un insieme di alternative sulle quali gli individui esprimono le loro preferenze. Un ordinamento di preferenza P è una relazione sull'insieme A *transitiva* (per ogni x, y, z in A , xPy e yPz , allora xPz), *irriflessiva* (per ogni x in A , non xPx) e *connessa* (per ogni x, y in A , xPy oppure yPx).

Un *profilo di preferenze* è una n -upla di ordinamenti di preferenza individuali, uno per ogni individuo. Denoteremo un profilo di preferenze usando la lettera ρ . Inoltre, useremo la notazione $x P_i^\rho y$ per indicare che l'alternativa x è preferita all'alternativa y nel profilo ρ ; useremo $x P^{\rho} y$ per indicare l'ordinamento collettivo ottenuto, mediante F , dal profilo ρ .

Possiamo quindi presentare le condizioni poste sulla procedura di aggregazione delle preferenze individuali, che formalmente è una funzione F che ha come dominio l'insieme dei profili di preferenza individuali e come codominio l'insieme degli ordinamenti di preferenza su A .

Dominio Universale (D): il dominio della funzione F consiste di tutti i profili di ordinamenti di preferenza definiti su A .

Proprietà di Pareto (debole) (P): Se in un profilo ρ , per ogni individuo i in N , si ha che $x P_i^\rho y$, allora $x P^{\rho} y$.

Indipendenza dalle alternative irrilevanti (I): Dati due profili ρ e ρ' , se per ogni individuo i in N , $x P_i^\rho y$ se e solo se $x P_i^{\rho'} y$, allora nell'ordinamento collettivo si ha $x P^{\rho} y$ se e solo se $x P^{\rho'} y$.

Non dittatorialità (D): Non esiste un individuo j in N tale che per ogni profilo ρ , se $x P_j^{\rho'} y$, allora $x P^{\rho} y$.

Vediamo brevemente il significato intuitivo delle condizioni.

La condizione (U) comporta che si considerino tutti i possibili profili di preferenze individuali e, da un punto di vista formale, è implicita nell'assunzione che F sia una funzione totale.

La proprietà di Pareto comporta che, dato un profilo, se un'alternativa x è preferita a un'alternativa y da tutti gli individui, allora la procedura deve tenere conto dell'unanimità e assegnare un ordinamento collettivo in cui x è preferito a y .

L'indipendenza dalle alternative irrilevanti stabilisce che il valore della procedura F su due profili nei quali il rapporto tra x e y non cambia, non deve cambiare. Questa condizione garantisce una forma di non manipolabilità della procedura, nel senso che la posizione collettiva di un'alternativa x rispetto a un'alternativa y è determinata solo dal rapporto tra le due alternative negli ordinamenti individuali di preferenza

e non dal rapporto che tali alternative possono avere con una terza alternativa z .

La non dittatorialità comporta che l'ordinamento collettivo non deve sempre coincidere con l'ordinamento di un singolo individuo j , un dittatore.

Le condizioni poste sulla procedura di voto rappresentano condizioni di democraticità nel senso che, possiamo riassumere, si cerca di far dipendere l'ordinamento collettivo il più possibile dagli ordinamenti individuali, i quali si assumono avere tutti stesso peso per l'esito.

Il teorema di Arrow dimostra quindi che non è possibile definire una procedura di aggregazione delle preferenze che sia in grado di soddisfare requisiti di razionalità, rappresentati dalle condizioni che definiscono un ordinamento di preferenza, e di democraticità, definiti dalle condizioni poste sulla procedura di aggregazione.

Teorema (Arrow). *Ogni procedura di aggregazione F che soddisfa (U), (P) e (I) è dittatoriale.*

Non è questa la sede per tentare nemmeno una schematica presentazione dell'importanza del teorema di Arrow relativamente al dibattito sui requisiti normativi della democrazia.

Mi limito a sottolineare un'interpretazione da un punto di vista più vicino al problema della descrizione del comportamento di gruppi di fronte a una decisione: il teorema mostra come non sia possibile descrivere, date tutte le ipotesi in gioco, il comportamento di gruppi che ragionano, in modo diverso da come si descrivono i comportamenti individuali. Le ipotesi implicano che l'unica procedura di voto sia una procedura dittatoriale, cioè essa produce come ordinamento collettivo, l'ordinamento di un individuo particolare, non tenendo in considerazione, di fatto, l'interazione di gruppo.

3. DIMENSIONI DI VOTO E DELIBERAZIONE

Il teorema di Arrow descrive quindi una forma di impossibilità di aggregare preferenze individuali in un ordinamento collettivo che tenga conto del contributo dei singoli individui in maniera opportuna e, nello stesso tempo, produca un ordinamento collettivo che non perda le proprietà di razionalità che sono state poste sugli ordinamenti individuali.

La teoria della scelta sociale ha esplorato vie d'uscita dalla impossibilità descritta da Arrow, in modo da individuare, se pure in ambiti meno generali, casi in cui è possibile aggregare preferenze individuali in accordo con le condizioni poste.

In particolare, è possibile indebolire le condizioni poste o sulla procedura di aggregazione o sulla razionalità degli ordinamenti di preferenza.

Per esempio, se non si richiede che la procedura di voto sia indipendente dalle alternative irrilevanti, allora esistono funzioni F che soddisfano le altre condizioni.

La strategia che approfondiamo in questo lavoro è una restrizione del dominio, ossia dei tipi di profili sui quali la procedura è definita. La ragione è che la restrizione del dominio che approfondiremo non è una restrizione arbitraria anzi, essa consente di specificare uno spazio nel quale modellizzare una forma di interazione non identificabile con il voto, o con la procedura stessa, e di introdurre il concetto di deliberazione.

Considereremo gli ordinamenti *a un solo picco* (*single-peaked*). Richiamo brevemente la definizione e la proprietà rilevante degli ordinamenti a un solo picco, per una trattazione più esaustiva rimando a List e Elsholtz (2005).

Definizione (*Single-peakedness*). Un profilo di ordinamenti è a un solo picco se e solo se esiste una *bisezione* $\Omega : X \rightarrow \{1, \dots, k\}$ tale che per ogni tripla di alternative x_1, x_2, x_3 e ogni individuo i in N , si ha che: se $x_1 P_i x_2$ e vale che $\Omega(x_1) < \Omega(x_2) < \Omega(x_3)$ oppure $\Omega(x_3) < \Omega(x_2) < \Omega(x_1)$, allora $x_1 P_i x_3$.

La proprietà di tali ordinamenti, discussa per la prima volta da Black, può essere riassunta nella seguente proposizione:

Teorema (Black 1948). *Se il dominio della funzione F è costituito da profili di ordinamenti di preferenze individuali a un solo picco, allora esiste una procedura di aggregazione che soddisfa (I), (P) e (D) e che produce un ordinamento collettivo transitivo, irrilfessivo e connesso².*

Assumere profili a un solo picco costituisce quindi una via d'uscita al teorema di Arrow. Vediamo ora perché la restrizione del dominio così definita può essere considerata non arbitraria.

La bigezione Ω , nella definizione di profili a un solo picco, può essere interpretata come una classifica delle alternative in gioco, in base a una certa scala. Ad esempio, se gli individui esprimono le loro preferenze su diversi cibi, essi possono ordinare le alternative secondo la dimensione del prezzo dei vari cibi oppure del loro contenuto calorico: le loro preferenze possono differire, c'è chi preferisce il più costoso chi il meno, tuttavia la scala è condivisa.

² Tra le condizioni più generali per evitare i cicli, richiamiamo (Sen 1966) in cui la condizione di profili a un solo picco viene generalizzata nella condizione di restrizione di valore su triple (*triplewise value-restriction*); su tali profili la maggioranza produce ordinamenti di preferenza.

Tale graduatoria interpreta quella che spesso nella letteratura viene chiamata *dimensione del voto*, ovvero un criterio in base al quale gli individui esprimono le loro preferenze.

Il risultato di Black può quindi essere parafrasato dicendo che se gli individui riescono a mettersi d'accordo sulle dimensioni in base alle quali votare, allora una procedura di voto come la regola di maggioranza, o in generale una procedura descritta dalle condizioni di Arrow, è efficace nel definire un ordinamento collettivo.

La dinamica dell'accordo tra individui relativamente alla dimensione da eleggere come rilevante per la votazione è un problema di enorme interesse per la teoria delle decisioni collettive e in Dryzek e List (2003) tale forma di accordo viene considerata un effetto della *deliberazione*.

Senza entrare nei dettagli di una trattazione di un concetto complesso e problematico come quello di deliberazione, presentiamo una caratterizzazione di un aspetto della deliberazione direttamente connesso con la ricerca di una dimensione condivisa. Considero quindi un passaggio dell'analisi presentata in Dryzek e List (2003).

Dato un profilo di ordinamenti di preferenza (P_1, \dots, P_n) , l'effetto del processo deliberativo è presentato mediante la seguente ipotesi:

i) La deliberazione di gruppo porta all'identificazione di quelle dimensioni rilevanti per un dato tipo di problema di decisione, rappresentate da un insieme di indici $D = \{1, \dots, k\}$.

ii) Per ciascun individuo i in N , le sue preferenze possono essere rappresentate da:

(a): un vettore $\langle P_{11}, \dots, P_{nk} \rangle$, dove P_{ij} rappresenta le preferenze dell'individuo i rispetto alla dimensione j .

(b): una specificazione delle relative importanze che ciascun individuo assegna a ciascuna delle k dimensioni.

iii) Per ciascuna dimensione j , il profilo di preferenze relativo a una dimensione P_{ij} , dopo un periodo di deliberazione di gruppo sarà, o approssimerà, un profilo a un solo picco.

L'aspetto sul quale intendo porre l'attenzione è il fatto che di fronte al sorgere di cicli, ovvero di impossibilità di scegliere una alternativa condivisa, si presenta l'esigenza di considerare informazioni più dettagliate sulle ragioni delle preferenze espresse.

Osserviamo che innanzi tutto non si assume che ogni procedura di aggregazione debba tenere conto di una deliberazione che la preceda, al fine di evitare in ogni caso i cicli. In particolare, qui partiremo proprio dalla considerazione che un certo profilo di preferenza produce un ordinamento collettivo ciclico e presenteremo un modello per esplicitare l'informazione necessaria per l'eventuale revisione delle preferenze.

L'idea che la deliberazione sia una via d'uscita di fronte a un esito ciclico può essere criticata: non è chiaro se in generale la deliberazione promuova o meno accordo. Seguendo un argomento proposto in Ottonelli (2009), possiamo immaginare situazioni in cui un profilo di ordinamenti produce un ordinamento collettivo soddisfacente e che si elegga quindi un'alternativa Condorcet-vincente, senza che siano esplicitate le dimensioni in base alle quali votare. Per dare un'idea dei problemi che possono sorgere in questi casi, presento un esempio tratto da Ottonelli (2009). Consideriamo tre gruppi di individui chiamati a scegliere un'opzione X in base al criterio seguente: *se un'alternativa promuove produttività ed equità, allora va scelta*. Supponiamo che i voti si distribuiscano secondo la tabella seguente.

TAB. 1.

	<i>X promuove produttività?</i>	<i>X promuove l'equità?</i>	<i>X va scelta?</i>
A:	no	sì	no
B:	sì	sì	sì
C:	sì	no	no
Maggioranza:	sì	sì	no

In questo caso, la regola di maggioranza produce una situazione nota come *dilemma discorsivo*³, ossia una situazione deliberativa in cui l'esito della votazione a maggioranza comporta una sorta di inconsistenza tra il criterio che si è deciso di adottare e l'esito della votazione: a maggioranza, si ottiene che X promuove produttività ed equità, tuttavia si ottiene anche che X non va scelta, contro il criterio sul quale c'era accordo.

In questo esempio, l'esplicitazione e la valutazione della ragioni in base alle quali un'alternativa può essere preferita porta costituire un problema di livello diverso per l'aggregazione delle scelte individuali.

Potrebbe darsi il caso che si riesca a definire un esito soddisfacente votando sugli ordinamenti di preferenza (nel caso in cui, per esempio, il profilo non produce cicli) ma, una volta esplicitate le dimensioni in base alle quali le preferenze vengono espresse, non vi sia accordo sui criteri.

Un'analisi approfondita di tali situazioni comporta la verifica empirica di ipotesi sul ruolo della deliberazione. In questo lavoro, mi limito a discutere un modello per esplicitare i vari livelli di informazione in gioco.

³ Per una analisi dei dilemmi discorsivi, sui quali si è sviluppata negli ultimi dieci anni una consistente letteratura, e che recentemente sono stati oggetto di studio anche da parte dei logici, rimando a Ottonelli (2009) e List e Pettit (2002).

4. LOGICHE EPISTEMICHE DELLE PREFERENZE

La logica all'interno della quale propongo di discutere e formalizzare i problemi visti è la logica epistemica delle preferenze. Le ragioni per cui si è scelto di utilizzare questi sistemi è che essi consentono di integrare condizioni relative alle preferenze espresse dagli individui con considerazioni su l'informazione che gli individui hanno a disposizione. In particolare, come vedremo, si può rappresentare ciò che gli individui sanno o possono sapere sulle altre preferenze individuali o sull'ordinamento collettivo ottenuto mediante una procedura di aggregazione.

Presento brevemente la logica DEPL (*Dynamic Epistemic Preference Logic*) soffermandomi solo sugli aspetti direttamente coinvolti nella modellizzazione proposta, rimandando a van Benthem e Liu (2004) per una presentazione completa.

Si tratta di logiche *dinamiche* in quanto comprendono operatori in grado di definire aggiornamenti del modello, ovvero, di descrivere come possano cambiare le preferenze o le basi di conoscenza in presenza di nuova informazione o di un aggiornamento delle preferenze. In questa sede non verranno presentate applicazioni dirette di tali operatori, tuttavia essi forniscono un arricchimento descrittivo che è interessante valutare e che lascio per approfondimenti successivi.

Il *linguaggio* di DEPL è definito nel modo seguente:

Definizione. *Dato un insieme P di simboli proposizionali e un insieme N di individui, sia p una variabile per elementi di P e i una variabile per elementi di N :*

$$L := \mid p \mid \sim \phi \mid \phi \wedge \psi \mid K_i \phi \mid [pref]_i \phi \mid U \phi$$

Intuitivamente, $K_i \phi$ rappresenta l'affermazione «l'agente i conosce ϕ ». L'operatore U è una modalità universale la cui semantica indica che in ogni mondo possibile vale ϕ .

La proposizione $[pref]_i \phi$ esprime il fatto che in *tutti* i mondi possibili preferiti dall'agente i , vale ϕ ; si può definire anche $\langle pref \rangle_i \phi$ che indica che in *qualche* mondo preferito dall'agente i vale ϕ .

È utile vedere la nozione di modello di questa logica per il rapporto con le strutture di preferenze utilizzate in teoria della scelta sociale. Gli enunciati vengono interpretati nella seguente struttura:

$$M = (S, \{\sim_i \mid i \in N\}, \{P_i \mid i \in N\}, V)$$

S è un insieme di mondi possibili, o situazioni, e nel nostro caso rappresenta le alternative sulle quali gli individui esprimono le loro preferenze; le relazioni \sim_i sono relazioni di equivalenza che rappresentano l'accessibilità epistemica; le relazioni P_i sono relazioni di preferenza,

definite come sopra, e sono qui interpretate come relazioni di accessibilità tra mondi possibili: vale a dire, esse definiscono una nozione di «preferito» tra elementi di S .

Il linguaggio della logica che abbiamo visto è piuttosto espressivo, si possono quindi catturare diverse nozioni di preferenza.

Richiamiamo innanzitutto la definizione semantica di preferenza:

$$M, s \models \langle \text{pref} \rangle_i \phi \text{ sse } \exists t \text{ tale che } r P_i t \text{ e } M, t \models \phi$$

Essa indica che un individuo preferisce una certa proposizione ϕ , se in almeno una situazione che è preferita da tale individuo vale ϕ . Analogamente, $[\text{pref}]_i \phi$ esprime un significato più forte di preferenza, cioè un individuo preferirà una proposizione ϕ se essa vale in *ogni* situazione da lui preferita.

Nel linguaggio presentato è possibile definire inoltre una nozione di preferenza tra proposizioni, ossia tra *insiemi* di mondi possibili o situazioni, oltre che quella vista tra situazioni definita mediante le relazioni P_i .

Se α e β sono proposizioni, si definisce:

$$\alpha P_i \beta := U(\alpha \rightarrow \langle \text{pref} \rangle_i \beta)$$

la cui semantica è data da:

$$M, s \models U(\alpha \rightarrow \langle \text{pref} \rangle_i \beta) \text{ sse per ogni } w, \text{ se } M, w \models \alpha, \text{ allora esiste } w' \text{ tale che } w P_i w' \text{ e } M, w' \models \beta$$

Intuitivamente $\alpha P_i \beta$ significa che, per l'individuo i , tutti gli α -mondi preferiti sono almeno buoni come i β -mondi preferiti.

L'interazione tra preferenze e relazioni di accessibilità epistemica consente di esprimere una certa interazione tra quello che un agente conosce e la sua relazione di preferenza, in particolare, si può porre come assioma il seguente:

$$(\text{Introspezione positiva delle preferenze}) \quad \langle \text{pref} \rangle_i \phi \rightarrow K_i \langle \text{pref} \rangle_i \phi$$

Che intuitivamente vuol dire che se un agente preferisce uno stato di cose ϕ , allora sa che lo preferisce.

Utilizzeremo principi di questo tipo per rappresentare l'informazione alla quale gli individui hanno accesso relativamente alle preferenze di altri individui, ai criteri che giustificano tali ordinamenti e all'esito dell'aggregazione delle preferenze individuali.

5. UN MODELLO PER DISCUTERE L'AGGREGAZIONE DI PREFERENZE

In questa sezione presento un modello che consente di esplicitare e di rappresentare formalmente diversi livelli di informazione che gli individui hanno a disposizione in un processo deliberativo.

Consideriamo un insieme di relazioni di preferenza individuali $P_{1d(1)}, P_{2d(2)}, \dots, P_{nd(n)}$ le quali sono decorate, oltre che di un indice i che rappresenta l'individuo di N che ha tale ordinamento, di un indice $d(i)$ per dimensioni, che rappresenta la dimensione in base alla quale l'individuo i ordina le alternative.

L'indice delle dimensioni può non avere valore oppure può esser interpretato, ossia d è una funzione dall'insieme degli individui in un insieme di indici per dimensioni che non è detto che assuma un valore: possiamo cioè trattare modelli in cui non tutte le dimensioni possono diventare esplicite.

Inoltre assumiamo un simbolo per una relazione di preferenza particolare, che denoto P_ρ che indica la relazione di preferenza collettiva, ottenuta dal profilo ρ mediante l'applicazione della procedura F .

Occorre osservare che, nel modello proposto, gli individui non ragionano sulla procedura di aggregazione, la procedura F resta, per così dire, fuori dall'interpretazione logica. Questo perché il punto in questione è definire un ambiente formale nel quale esplicitare l'informazione coinvolta nel processo che può portare da un profilo di preferenze che produce un ciclo a un profilo di preferenze nel quale i singoli ordinamenti seguono una dimensione dominante; nel modello in questione i requisiti sulla procedura, oppure i requisiti sulla razionalità, non sono materia di discussione tra gli individui⁴.

Un modello per esplicitare le informazioni in gioco nella deliberazione è quindi una struttura del tipo seguente:

$$M = (S, \{\sim_i \mid i \in N\}, \{P_\rho, P_{ix} \mid i \in N, x \in X\}, V)$$

In cui, rispetto al modello visto prima per la logica DEPL, cambia l'interpretazione delle relazioni di preferenza: qui abbiamo una relazione P_ρ che indica la relazione ottenuta dalla dal profilo ρ mediante la procedura F ; inoltre, le relazioni di preferenza individuali P_{ix} sono relazioni di preferenza rispetto a una certa dimensione.

L'aspetto dinamico che qui consideriamo è un aspetto minimale, che consente di non assumere troppe ipotesi sul ruolo della deliberazione. Esso tuttavia è sufficiente a introdurre un buon numero di questioni relative alle dinamiche di accordo sulle dimensioni, ovvero sulle ragioni in base alle quali si ordinano le alternative.

⁴ Per un modello in cui si lascia aperta la possibilità di esprimere consenso sui requisiti di razionalità relativi alle preferenze, rimando a Porello (2010).

Schematizzando, l'ipotesi che viene qui esplorata è la seguente:

Dato un ordinamento collettivo ciclico, ottenuto come esito della procedura di aggregazione, alcuni indici delle dimensioni diventano espliciti e possono diventare informazione condivisa dagli individui.

Per rappresentare questo aspetto nel modello è sufficiente considerare una proposizione di DEPL, diciamo σ , che esprime il fatto che P_ρ è ciclica. Il modello aggiornato, in seguito al fatto che σ diventa informazione condivisa tra gli individui, ovvero in seguito al fatto che gli individui divengono consapevoli della ciclicità dell'ordinamento collettivo, differirà dal modello precedente solo per il fatto che alcuni indici delle dimensioni diventano espliciti⁵.

Un volta che gli indici sono diventati espliciti, il modello ha a disposizione l'informazione necessaria, la logica quindi fornisce un linguaggio piuttosto espressivo per descrivere il modo in cui l'informazione circa le dimensioni può essere condivisa tra gli agenti.

Ad esempio, l'assioma di introspezione positiva delle preferenze in questo contesto si definisce semplicemente aggiungendo l'indice delle dimensioni:

$$(Introspezione\ positiva\ delle\ preferenze) \quad \langle pref \rangle P_{ix} \phi \rightarrow K \langle pref \rangle_{ix} \phi$$

Nel caso in cui x prenda valore nell'insieme degli indici per le dimensioni, si ottiene:

$$\langle pref \rangle_{id} \phi \rightarrow K_i \langle pref \rangle_{id} \phi$$

Intuitivamente rappresenta il fatto che un individuo è consapevole sia del suo ordinamento di preferenza sia dell'indice della dimensione in base alla quale ordina le alternative.

Il modo in cui tale informazione viene utilizzata e può essere condivisa tra gli individui dipende dal tipo di interazione che si intende descrivere, torneremo su questo aspetto nella sezione conclusiva, qui mi occupo solo di come rappresentare l'informazione rilevante.

Il problema di esplicitare l'informazione contenuta nelle affermazioni di adeguatezza rispetto a una dimensione è dato dal fatto che le dimensioni sono criteri di compatibilità astratti, definiti rispetto a certe

⁵ Si definisce una funzione f dall'insieme di variabili per dimensioni X nell'insieme degli indici per dimensioni D al quale aggiungiamo un simbolo per indicare il fatto che la variabile non è stata associata ad alcun indice. In questo modo possiamo considerare esplicitazioni parziali degli indici coinvolti. L'aggiornamento del modello si effettua semplicemente applicando f all'insieme degli indici e ottenendo un modello in cui le relazioni di preferenza sono decorate da tali indici.

classifiche delle opzioni che non necessariamente sono associate a un significato; le dimensioni, per poter diventare materia di discussione, richiedono quindi una *verbalizzazione*.

L'idea qui proposta è quella di considerare enunciati del tipo $\langle \text{pref} \rangle_{id} \phi$ come *verbalizzazioni* di alcuni aspetti, rilevanti per la comunicazione, delle dimensioni coinvolte.

In questo modo è possibile introdurre un formalismo che consente di esprimere le ragioni che giustificano gli ordinamenti di preferenza, interpretate come proposizioni che verbalizzano aspetti della dimensione rispetto alla quale un individuo ordina le alternative.

Consideriamo un esempio molto semplice per chiarire il ruolo espressivo degli enunciati di DEPL. Supponiamo che le alternative in gioco siano r, s, t e che le dimensioni rilevanti siano la produttività d e l'equità e .

Esse sono definite come bigezioni nel modo seguente: la dimensione d associa la classifica $d(r) = 1, d(s) = 2, d(t) = 3$ (si considera quindi l'opzione t come la più produttiva) mentre e associa $e(t) = 1, e(s) = 2$ ed $e(r) = 3$.

Consideriamo due individui chiamati a scegliere sulle alternative in base a tali criteri.

La preferenza di 1, compatibile con d , è: $t P_1 s P_1 r$. L'individuo 2 ha il seguente ordinamento, compatibile con e : $r P_2 s P_2 t$.

Supponiamo che nel modello in questione ci siano due proposizioni ϕ e ψ tali che verbalizzano aspetti delle dimensioni d ed e rispettivamente⁶.

Possiamo considerare ϕ e ψ come *ragioni* che giustificano gli ordinamenti di preferenza in base alle rispettive dimensioni. Tali ragioni vengono condivise dagli individui, ovvero, quello che gli individui possono sapere delle dimensioni degli altri individui è rappresentato dalle ragioni addotte ϕ e ψ .

Si ha che $[\text{pref}]_{1d} \phi$ indicherà che l'individuo 1 preferisce le situazioni in cui vale ϕ ; quindi l'enunciato esprime informazioni sulle preferenze di 1 e sulle ragioni per cui ordina le alternative in tal modo. Analogamente, $[\text{pref}]_{2e} \psi$, indica che l'individuo 2 preferisce le situazioni in cui vale la ragione ψ .

Consideriamo l'esempio proposto alla fine della sezione 3. È possibile utilizzare la relazione di preferenza definita su proposizioni per esprimere criteri del voto. Nell'esempio il criterio stabiliva che se un'alternativa favorisce produttività ed equità, allora l'alternativa va scelta; se indichiamo con θ la proposizione che esprime il fatto che l'alternativa X sussiste in un dato mondo possibile, ovvero che verrebbe scelta, possiamo scrivere:

⁶ Tecnicamente una proposizione, per verbalizzare una dimensione in base alla quale un individuo ordina le alternative, deve rendere veri enunciati del tipo $\langle \text{pref} \rangle_{id} \phi$.

per ogni individuo i : $\phi \wedge \psi P_{ix} \theta := U(\phi \wedge \psi \rightarrow \langle pref \rangle_{ix} \theta)$

per esprimere il fatto che tutti i mondi in cui valgono le ragioni ϕ e ψ , le quali sono rese pubbliche per sostenere un'alternativa in base alla produttività o alla equità, varrà la scelta θ .

Il linguaggio di DEPL consente quindi di esprimere considerazioni piuttosto precise sull'informazione che i membri di un'assemblea chiamata a confrontare ragioni per votare certi ordinamenti di preferenza possono condividere.

Utilizzando gli operatori K_i , si può quindi descrivere quello che gli individui sanno delle ragioni degli altri individui.

Ad esempio, un enunciato del tipo $\langle pref \rangle_{1d} \phi \rightarrow K_2 \langle pref \rangle_{1d} \phi$ esprime le relazioni epistemiche tra 1 e 2: se l'individuo 1 preferisce le situazioni in cui vale la ragione ϕ , allora l'individuo 2 è a conoscenza di tale ragione dell'individuo 1.

Infine, si possono anche considerare materia di deliberazione i criteri in base ai quali si ragiona sulle dimensioni. La seguente formula:

$$K_j (\phi \wedge \psi P_{ix} \theta)$$

rappresenta la situazione in cui l'individuo j è a conoscenza dei criteri dell'ordinamento di preferenza di i , vale a dire j sa che l'individuo i sceglierebbe in ogni caso alternative che favoriscono produttività ed equità.

In questo modo, un modello di tipo logico come quello presentato, consente di esplicitare l'informazione coinvolta in un processo deliberativo e di rappresentare, in un solo sistema formale, gli oggetti della discussione e i loro livelli diversi: l'ordinamento delle preferenze, le dimensioni di voto che possono restare o meno esplicite, le ragioni verbalizzate che possono essere condivise o meno.

6. OSSERVAZIONI CONCLUSIVE

Si è scelto qui di rappresentare un aspetto minimo di un fenomeno comunque complesso da modellizzare come la deliberazione al fine di proporre un ambiente formale in grado di esplicitare le informazioni coinvolte nella discussione e nell'interazione di gruppi circa le preferenze.

Il linguaggio proposto è piuttosto duttile e consente di rappresentare diverse ipotesi su come l'informazione viene esplicitata o condivisa.

Un aspetto importante, in generale, dell'approccio logico a questo tipo di problemi, che mostra come l'uso di tali formalismi introduca una prospettiva interessante sull'interazione di gruppi, è lo studio della complessità computazionale dei processi in gioco. Una volta definito un

problema di decisione all'interno di un linguaggio logico, e una volta esplicitate tutte le ipotesi del caso, possiamo chiederci quale sia la complessità di raggiungere per esempio l'accordo su una certa dimensione, data una certa procedura di interazione⁷.

Come si nota in Dryzek e List (2003), dato un profilo di ordinamenti di preferenza, se è possibile ottenere un profilo *districato* (*disentangled*), ossia in cui si ha una dimensione dominante rispetto alla quale i singoli ordinamenti di preferenza sono compatibili, allora è possibile usare una procedura di aggregazione che soddisfa le condizioni di Arrow, e ottenere un esito soddisfacente.

Il processo che porta da un profilo non districato a un profilo districato può essere modellizzato in modi diversi. Si può per esempio definire un procedimento analogo alla votazione a maggioranza, questa volta però applicato alle ragioni per le quali si vota. In questo caso tuttavia, si possono presentare dilemmi discorsivi analoghi a quelli in incontrati nell'esempio alla fine della sezione 3; oppure, se si ordinano le ragioni che giustificano le preferenze in gioco in base a una preferenza di livello superiore (usando ad esempio enunciati del tipo $\alpha P_i \beta$), possono sorgere nuovamente dei cicli.

Più interessante, almeno da un punto di vista logico, è considerare un tipo di interazione diversa dalla aggregazione definita dalle proprietà di Arrow, e arricchire il modello di forme di interazione strategica tra gli individui coinvolti nella decisione⁸.

La rappresentazione logica di questo tipo di problemi e la possibilità di chiedersi se un dato processo deliberativo, sia esso equiparabile a una votazione o all'interazione strategica, sia realizzabile effettivamente, ovvero sia un problema trattabile nel senso della teoria della complessità, introduce tematiche e criteri originali circa l'adeguatezza di un modello per rappresentare l'interazione sociale.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Arrow K. (1963), *Social choice and individual values*, New York, Wiley.
- Conitzer V. (2009), *Eliciting single-peaked preferences using comparison queries*, in «Journal of Artificial Intelligence», 35, 1, pp. 161-191.
- Dryzek J. e List C. (2003), *Social choice, theory and deliberative democracy: A reconciliation*, in «British Journal of Political Science» 33, 1, pp. 1-28.
- Landa D. e Meirowitz A. (2009), *Game theory, information and deliberative democracy*, in «American Journal of Political Science», 53, 2, pp. 427-444.

⁷ Per uno studio sulla complessità di ottenere profili a un solo picco, rimando a Conitzer (2009).

⁸ Per una discussione degli aspetti strategici coinvolti nella deliberazione e un confronto con la tradizione della teoria dei giochi, rimando a Landa e Meirowitz (2009).

- List C. (2005), *The probability of inconsistencies in complex collective decisions*, in «Social Choice and Welfare» 24, 1, pp. 3-32.
- List C. e Elsholtz C. (2005), *A simple proof of Sen's possibility theorem on majority decisions*, in «Elemente der Mathematik», 60, pp. 45-56.
- List C. e Pettit P. (2002), *Aggregating sets of judgements: An impossibility result*, in «Economics and Philosophy», 18, pp. 89-110.
- List C. e P. Pettit (2004), *Aggregating sets of judgements: Two impossibility results compared*, in «Synthese» 140, 1-2, pp. 207-235.
- Ottonelli V. (2009), *What does the discursive paradox really mean for democracy?*, in «Political Studies» (in corso di stampa).
- Pauly M. e M. van Hees (2006), *Logical constraints on judgment aggregation*, in «Journal of Philosophical Logic», 35, pp. 569-585.
- Pettit P. (2001), *Deliberative democracy and the discursive dilemma*, in «Philosophical Issues (supplemento a Nous 39)», 11, pp. 268-299.
- Pigozzi G. (2006), *Belief merging and the discursive dilemma: An argument-based account to paradoxes of judgment aggregation*, in «Synthese», 152, 2, pp. 285-298.
- Porello D. (2010), *Ranking judgements in arrow's settings*, in «Synthese» (in corso di stampa).
- Sen A. (1966), *A possibility theorem on majority decision*, in «Econometrica», 34, pp. 491-499.
- van Benthem J. e F. Liu (2007), *Dynamic logic for preference upgrade*, in «Journal of Applied Non-Classical Logic», 17, 2, pp. 157-182.

Daniele Porello, Institute for Logic Language & Information (ILLI), University of Amsterdam, Postbus 94242, 1090GE Amsterdam (NL). E-mail: danieleporello@gmail.com