

Una semantica cognitiva per linguaggi predicativi

Claudio Masolo e Daniele Porello

Laboratorio di Ontologia Applicata, ISTC-CNR, Trento, Italia

1. Introduzione

Lo studio della natura dei significati e della relazione che li collega alle espressioni linguistiche ha da sempre rivestito un ruolo fondamentale nell'analisi dei linguaggi naturali e formali. La *semantica cognitiva*, rivendicando il ruolo centrale della percezione e della cognizione nella definizione dei significati, ha proposto un'alternativa alla posizione *oggettivista* e *vero-condizionale* sviluppata in filosofia analitica del linguaggio e in logica classica. I significati non sono entità che esistono nel mondo esterno indipendentemente da ogni processo cognitivo, ma entità mentali che concernono la sfera cognitiva dei singoli individui, strutture concettuali *incarnate (embodied)* che dipendono da esperienze percettive. L'obiettivo di una semantica cognitiva è un modello semantico che catturi adeguatamente le operazioni cognitive che corrispondono ai costrutti linguistici. In questa prospettiva, il legame tra linguaggio e mondo fisico —il riferimento delle espressioni linguistiche—risulta mediato dalle rappresentazioni mentali la cui relazione con la realtà esterna ha una natura che Gärdenfors definisce *pragmatica*: dati i sistemi percettivi di cui una specie dispone, l'allineamento tra rappresentazione mentale e realtà permette la sopravvivenza e l'evoluzione di tale specie nella sua nicchia ecologica. Le modalità con cui le rappresentazioni mentali si formano, che peraltro ignoreremo in questa sede, acquisiscono quindi un ruolo fondamentale. Inoltre, la centralità che nell'approccio oggettivista ha lo studio delle *condizioni di verità* di un enunciato è sostituita a favore di un'attenzione particolare verso la *semantica lessicale*, ovvero la determinazione della controparte concettuale dei simboli linguistici. Per evitare un approccio puramente solipsistico, e per controbattere alle ben note critiche di psicologismo della semantica analitica, è necessario spiegare come le rappresentazioni mentali, possibilmente private, possano essere condivise tra più soggetti attraverso l'interazione multi-modale di cui la comunicazione linguistica è parte integrante. In questo lavoro tralascieremo anche questo aspetto facendo nostra l'assunzione adottata nel quadro teorico degli *spazi concettuali* proposto da Gärdenfors (2000). Infatti, in tale contesto, pur dando per scontata la natura cognitiva dei significati, si tende a trattarli come entità condivise, entità di natura sociale o aventi una forte invarianza strutturale dovuta alla condivisione dello stesso tipo di sistemi percettivi. Questo è riflesso nel processo di determinazione degli spazi concettuali che sono costruiti a partire da giudizi di *similarità* che “rivelano le dimensioni delle nostre percezioni e le loro strutture” (Gärdenfors, 2000, p.5).¹

Il carattere mentale e concettuale del significato costituisce il primo pilastro su cui si fonda la semantica cognitiva. Il secondo pilastro concerne la natura delle rappresentazioni mentali e dei modelli cognitivi che vengono spesso fondati sugli *schemi di immagini (image-schemas)* invece che sulle proposizioni di un linguaggio, si veda (Johnson, 1987) e (Lakoff, 1987). Più in generale, si parla di rappresentazione analogica e/o continua contrapposta a rappresentazione digitale e/o discreta. A livello concettuale e pre-concettuale i classici sistemi simbolici strutturati da insiemi di

¹ Tutte le traduzioni sono nostre.

regole precise (ad es. il ‘mentalese’ di Fodor) sono rimpiazzati da strutture astratte di natura topologica o geometrica applicabili o presenti in domini eterogenei. Ciò permette, ad esempio, di risolvere le metafore linguistiche in maniera efficace riducendole a processi mentali in cui una struttura cognitiva astratta viene proiettata o trasferita da un dominio a un altro. Oltre a spiegare, in termini di manipolazioni di strutture concettuali, fenomeni linguistici complessi come le metafore, gli schemi di immagini sono ancorabili a processi percettivi di basso livello legati alla materialità e spazialità dell'interazione con il mondo esterno. Inoltre, essi rendono conto di alcuni aspetti di *prototipalità* e *intensionalità* dei concetti: seguendo Jackendoff (1990), chi per esempio possiede il concetto *cane* categorizza o meno una certa entità sotto tale concetto non perché conosce tutti i (possibili) cani, ma perché è in grado di confrontare lo schema concettuale che rappresenta il concetto *cane* con la rappresentazione mentale dell'entità sotto esame. Possono quindi evidenziarsi divergenze sul concetto *cane* e/o sulla categorizzazione di una certa entità sotto tale concetto.

Il presente lavoro esplora una possibile via di conciliazione tra l'approccio logico-analitico e quello cognitivista basata sull'introduzione di una semantica formale fondata su teorie cognitive senza per questo rivoluzionare i fondamenti dell'approccio logico alla semantica. Da una parte, fornire un fondamento cognitivo alla logica può essere d'aiuto nel giustificare ed individuare alcune proprietà formali dei connettivi logici, nello sviluppo di logiche ‘cognitive’. Dall'altra parte, disporre di uno strumento che modelli alcuni meccanismi cognitivi in maniera astratta e rigorosa può essere d'aiuto nell'analisi e nella verifica delle teorie cognitive evidenziandone peculiarità o problematicità. Questo lavoro intende mostrare questa possibile sinergia, cercando di evidenziare e (parzialmente) risolvere sia l'inadeguatezza cognitiva di alcuni assunti logici, sia l'inadeguatezza formale o ontologica di alcune presupposizioni della teoria degli spazi concettuali di Gärdenfors. In particolare, l'idea alla base della *semantica concettuale* di Jackendoff (1990)—in cui le condizioni di validità sono espresse in termini di entità concettuali piuttosto che di entità appartenenti al mondo esterno—viene qui ripresa estendendola tramite l'esplicita introduzione delle controparti concettuali di alcuni connettivi logici (espresse in termini della teoria cognitiva scelta). Molte logiche *non-classiche* sono state motivate dalla capacità di modellare alcuni aspetti *epistemici* di un soggetto conoscente. Ad esempio, in opposizione alla logica classica, la *logica intuizionistica* cattura una concezione costruttiva del ragionamento volta a rappresentare le operazioni mentali di un agente che dimostra teoremi. Anche se tale ‘agente matematico’ è fortemente idealizzato, l'approccio intuizionista sottolinea con forza l'elemento epistemico della conoscenza matematica. Un altro esempio sono le *logiche rilevanti* che sono state sviluppate e giustificate come logiche dell'*informazione* (Mares, 2010), logiche che studiano la connessione tra l'informazione contenuta nell'antecedente e quella contenuta nel conseguente, logiche che intendono la deduzione in termini di acquisizione o, più in generale, di aggiornamento dell'informazione su un dominio d'interesse. La semantica di queste logiche è però specificata in termini algebrici, ovvero in termini di strutture matematiche molto astratte che non hanno legami con alcun meccanismo cognitivo. Il dibattito sulle alternative alla logica classica si è incentrato sulla plausibilità cognitiva delle inferenze che esse giustificano, piuttosto che sulla adeguatezza della semantica alla modellizzazione di fenomeni cognitivi: la semantica assume un ruolo prettamente formale, in sostanza, serve a provare la correttezza e la completezza delle logiche in questione, non a giustificarne l'applicazione a fenomeni cognitivi. Ad esempio, i modelli delle logiche sottostrutturali—di cui le logiche rilevanti sono casi particolari—dovuti a Meyer e Routley (1973) sono formalizzati attraverso una relazione ternaria che generalizza la semantica relazionale di Kripke per le logiche intuizionistiche e modali. Il marcato livello di astrazione di tale semantica è stato criticato anche in ambito logico (Beall *et al.*, 2012).

La possibilità di una semantica cognitiva delle logiche è indissolubilmente legata alla disponibilità di una precisa formalizzazione delle teorie cognitive in cui il linguaggio logico dovrebbe essere interpretato. La formalizzazione degli schemi di immagini è stata affrontata soltanto recentemente, si veda ad esempio (Kuhn, 2007), e si è spesso focalizzata su specifici processi cognitivi come, ad esempio, il *concept blending* (Kutz, Bateman, Neuhaus, Mossakowski e Bhatt, 2015). Nonostante alcune difficoltà che esamineremo in seguito, la teoria degli spazi

concettuali di Gärdenfors ha una formalizzazione più consolidata e un respiro più ampio. Pur partendo da presupposti empirici diversi, le due teorie non sono incompatibili. Gärdenfors (2000) stesso, nell'illustrare il suo programma per una semantica cognitiva basata sugli spazi concettuali, individua legami e similarità con gli schemi di immagini. Non è nostro intento confrontare dettagliatamente queste due teorie, ci basta osservare che, come diventerà più chiaro in seguito, il focus della teoria di Gärdenfors sulla *semantica lessicale* permette un uso più diretto in termini di interpretazione di un linguaggio logico. Alcuni lavori in questo senso esistono già. Masolo e Porello (2015) hanno definito una semantica di una logica rilevante *proposizionale* in termini di spazi concettuali in cui l'inferenza è vista come un aggiornamento delle strutture concettuali. Chella, Frixione e Gaglio (1997, 2000) si sono occupati di fondare una rappresentazione simbolica su dati che provengono dalla visione, solitamente artificiale, tramite tecniche di *computer vision*. Si tratta di lavori che propongono un'architettura per sistemi artificiali a tre livelli, in cui gli spazi concettuali occupano una posizione intermedia tra il linguaggio simbolico e l'apparato sensoriale; essi cioè forniscono una rappresentazione geometrica interna del mondo esterno senza per questo avere il livello di organizzazione astratto dei linguaggi simbolici. In questo modo è possibile affrontare il problema del *symbol grounding*, è possibile cioè *ancorare* il significato dei simboli, gli elementi del linguaggio simbolico, su azioni e percezioni (dati percettivi) nel mondo esterno. Tuttavia, in questi lavori non si cerca di dare una semantica cognitiva all'inferenza logica o ad altri connettivi logici. Viceversa, l'inferenza logica rappresenta tipologie di ragionamento astratto che complementano quelle, tipicamente di natura spaziale o causale, che ineriscono il livello concettuale (rappresentato dagli spazi concettuali). Il problema risulta poi capire come i vari livelli di ragionamento sono collegati tra loro. Questa idea di complementarità tra diversi sistemi di ragionamento è anche presente in lavori più recenti, si veda ad esempio (Frixione e Lieto, 2014). Anche in questo caso si deve comunque fornire un'interpretazione delle entità e dei predicati linguistici in termini di spazi concettuali. Nella sezione 3 discuteremo in dettaglio questo aspetto, qui notiamo soltanto che questi lavori si focalizzano solo sulle categorie di entità necessarie per il contesto applicativo di riferimento: oggetti (semplici e complessi) e situazioni in (Chella, Frixione e Gaglio, 1997) e azioni e processi in (Chella, Frixione e Gaglio, 2000). Guizzardi (2015) presenta un sistema formale modale del primo ordine che distingue varie tipologie di *proprietà* ascrivibili ad oggetti. Le proprietà *sortali*, quelle che portano con sé un *principio di identità*, rivestono qui un ruolo centrale in quanto ogni quantificazione è contestualizzata a tali proprietà. Viene poi discussa una lettura di alcuni costrutti del sistema formale proposto in termini della teoria degli spazi concettuali. Tale lettura risolve alcuni problemi legati alla difficoltà di rappresentare la persistenza e il cambiamento degli oggetti (nel tempo o nei mondi possibili) all'interno della teoria di Gärdenfors (in seguito discuteremo più dettagliatamente questo punto).

In quando segue, esamineremo in termini generali gli ingredienti necessari per sviluppare una semantica cognitiva per un linguaggio *predicativo*. Schematicamente, un linguaggio predicativo contiene i seguenti elementi: le *costanti individuali* del linguaggio, che permettono di riferirsi alle entità del discorso, le *costanti predicative unarie*, che permettono di classificare le entità, e le *costanti predicative n-arie*, che si riferiscono a relazioni *n-arie* tra entità. Un enunciato atomico è dato quindi dall'applicazione di un predicato a un certo numero di costanti individuali. Una volta introdotti gli enunciati atomici, è possibile discutere i connettivi logici che rappresentano le informazioni complesse e il ragionamento. Un aspetto importante dell'approccio proposto riguarda la *composizionalità* della semantica, l'assunzione che il significato di un enunciato dipenda dal significato degli elementi che lo costituiscono. Ad esempio, il significato di un enunciato atomico deve dipendere dall'applicazione di un concetto alle entità di cui si sta predicando.

A scanso di equivoci, non ci proponiamo né l'analisi del linguaggio naturale, né lo studio esaustivo dei processi cognitivi alla base della competenza linguistica. Cercheremo invece di mostrare come il meccanismo di predicazione e alcuni operatori logici possano rendere conto di, ed essere fondati su, certi processi cognitivi. In questo contesto, analizzeremo inoltre alcune problematiche di natura ontologica ed epistemologica che spesso sono trascurate anche nell'ambito della teoria degli spazi concettuali. Ad esempio, in un sistema che abbia come obiettivo la

rappresentazione delle caratteristiche di un agente cognitivo, non è plausibile assumere *sempre* né che l'informazione sulle entità del dominio sia completa—in alcuni casi un agente non conosce alcune proprietà o le conosce soltanto in maniera imprecisa—né che la categorizzazione sia certa—in alcuni casi un agente non è in grado di stabilire con esattezza se un'entità abbia o meno una certa proprietà. Vedremo come questi aspetti tocchino alcune assunzioni base della teoria degli spazi concettuali.

Dopo aver introdotto alcuni elementi fondamentali della teoria degli spazi concettuali (sezione 2), discuteremo (sezione 3) l'interpretazione delle costanti individuali che si riferiscono agli oggetti. Presenteremo in particolare alcuni punti critici dell'interpretazione degli oggetti di Gärdenfors e proporremo alcune soluzioni possibili. Nella sezione 4, discuteremo la rappresentazione dei predicati come concetti differenziando i concetti *sharp* da quelli *rough* per distinguere i livelli di comprensione di un concetto da parte di un soggetto cognitivo. Nella sezione 5, proporremo alcuni elementi per un'interpretazione delle relazioni *n*-arie negli spazi concettuali utilizzando la distinzione filosofica tra relazioni interne ed esterne. Nella sezione 6 discuteremo alcuni aspetti della composizione di concetti mediante connettivi logici classici e non-classici. Nella sezione 7, che conclude questo lavoro, proporremo alcune direzioni per sviluppare pienamente una semantica cognitiva dei linguaggi predicativi.

2. Spazi Concettuali

Gärdenfors (2000) propone un modello cognitivo basato sugli *spazi concettuali*. Uno spazio concettuale è una collezione di *domini* che, a loro volta, sono decomposti in *dimensioni* (*di qualità*) come, ad esempio, la temperatura, il peso, la luminosità, la tonalità. Le dimensioni corrispondono ai “diversi modi in cui gli stimoli sono giudicati essere simili o differenti” (Gärdenfors, 2000, p.6). Più precisamente, le dimensioni sono costruite a partire a un insieme di *giudizi di similarità* che “rivelano le dimensioni della nostra percezione e le loro strutture” (Gärdenfors, 2000, p.5). Un insieme *S* di dimensioni è *integrale* se un oggetto che è localizzato in una dimensione è necessariamente localizzato anche in tutte le altre dimensioni in *S*. Per esempio, l'insieme {tonalità, luminosità} è integrale perché se un oggetto ha una tonalità, necessariamente ha una luminosità (e viceversa). Un insieme di dimensioni è *separabile* se non è integrale, come ad esempio {tonalità, peso}. I *domini* sono definiti come insiemi massimali di dimensioni integrali. Ad esempio, nel dominio del colore {tonalità, luminosità, cromaticità} sono integrali e separabili da qualsiasi altra dimensione.

All'interno dei domini è solitamente definita una *metrica*² che rappresenta la similarità tra gli oggetti: tanto più gli oggetti sono giudicati simili tanto più la distanza tra le loro localizzazioni sarà piccola. Come caso limite, due oggetti localizzati nello stesso punto di un dominio sono cognitivamente e/o empiricamente indistinguibili rispetto al dominio in esame. Le dimensioni di un dominio sono ricavate in maniera empirica solitamente utilizzando la metodologia del *multidimensional scaling* (Jones e Koehly, 1993) così come la metrica che è riducibile alle metriche definite sulle sue dimensioni. Per esempio, la distanza tra colori è una funzione della distanza tra i valori di tonalità, luminosità, e cromaticità. La condizione di separabilità assicura che le entità possano essere classificate all'interno di un dominio indipendentemente dalla loro classificazione all'interno di altri domini. Per esempio, il peso e il colore di un individuo possono essere attribuiti indipendentemente.

Gli *spazi concettuali* sono definiti come insiemi di uno o più domini e i *concetti* come regioni in spazi concettuali. Più precisamente, una *proprietà naturale* è rappresentata come una regione *convessa* (un insieme convesso di punti) di un dominio³ mentre un *concetto naturale* come un insieme di regioni *convesse* in un numero di domini (un insieme di proprietà naturali) “accompagnate da un'assegnazione di pesi di salienza ai domini e da informazioni su come le

² Ricordiamo che una metrica è una funzione (solitamente definita sui reali) che soddisfa la non-negatività, la simmetria, e la disuguaglianza triangolare.

³ Gärdenfors (2000, sez.3) fa vedere come un dominio, a partire dalla metrica in esso definita e da un insieme di prototipi, possa essere partizionato in maniera unica in proprietà naturali tramite una tassellazione di Voronoi.

regioni in diversi domini sono correlate” (Gärdenfors, 2000, p.105). I concetti sono quindi entità teoriche statiche che descrivono solo la struttura delle rappresentazioni.

Ai fini di un'analisi semantica formale è richiesta una definizione precisa di spazio concettuale. La definizione adottata in questo lavoro si ispira alle formalizzazioni basate su spazi metrici e su spazi vettoriali sviluppate da (Aisbett e Gibbon, 2001) e (Raubal, 2004) rispettivamente. Un *dominio* Δ è dato da n dimensioni Q_1, \dots, Q_n sul quale è definita una metrica d che dipende dalle metriche definite sulle singole dimensioni. Uno spazio concettuale è definito da Gärdenfors come un insieme di domini $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ che soddisfano certe proprietà come la separabilità e integralità. A fini semplificativi, di seguito assumeremo una definizione più debole in cui uno spazio concettuale è un sottoinsieme qualsiasi del prodotto cartesiano dei domini $\Delta_1, \dots, \Delta_n$. Un *punto* di uno spazio n dimensionale C è quindi un elemento $x = (x_1, \dots, x_n)$ in C , un vettore le cui componenti hanno valori nei rispettivi domini. Inoltre, invece di insiemi di regioni convesse, assumeremo che un concetto sia un semplice sottoinsieme di C . In sezione 6 vedremo che tale indebolimento è funzionale per dare un'interpretazione a concetti complessi costruiti attraverso i connettivi logici. In tal senso, alla metrica degli spazi viene relegato un ruolo empirico nella costruzione delle proprietà più che un ruolo formale a livello dei concetti (si veda sezione 4 per una discussione).

3. Oggetti e spazi concettuali

Secondo Gärdenfors (2000, 2014), un *oggetto* corrisponde a (è rappresentato da) un punto in uno spazio concettuale, un vettore di coordinate, una per ogni dimensione dello spazio. Aisbett e Gibbon (2001) osservano che questa scelta rende problematica l'identificazione di quali dimensioni siano irrilevanti o inappropriate per un determinato oggetto o concetto. Gärdenfors stesso riconosce, ad esempio, che gli oggetti *astratti*, diversamente da quelli *fisici*, non abbiano né locazione spaziale né temporale, senza però indicare come tale informazione ontologica possa essere esplicitata. Analogamente a quanto fatto da Aisbett e Gibbon (2001), noi assumiamo che ogni dominio contenga un punto particolare, denotato dal simbolo $*$,⁴ che esprime l'inapplicabilità di una qualità ad un determinato oggetto. Ad esempio, gli oggetti astratti, che non hanno nessuna proprietà fisica, assumono il valore $*$ sulle dimensioni peso, volume, colore, ecc.

Gärdenfors aggiunge anche un argomento di natura *epistemologica*: “in generale, non tutte le proprietà di un oggetto sono conosciute” (Gärdenfors, 2000, p.135). Non si tratta qui dell'irrelevanza di alcune proprietà, come il peso per gli oggetti astratti. Si tratta piuttosto dell'incompletezza di informazioni relative ad un oggetto. Gärdenfors suggerisce l'uso di vettori parziali, cioè punti dello spazio in cui alcune coordinate sono indeterminate. Anche in questo caso però i dettagli tecnici non vengono precisati. La nostra proposta consiste nell'accettare che, per alcuni oggetti, la localizzazione in un dominio non sia un punto bensì una regione. In questo modo è possibile rappresentare uniformemente sia la mancanza d'informazione precisa, sia la presenza di informazioni contrastanti (si veda la fine di questa sezione).

Per queste ragioni e sulla base di alcuni argomenti illustrati qui di seguito, adotteremo un approccio più generale che non riduce gli oggetti a vettori (completi o parziali) di uno spazio. Mentre Gärdenfors identifica gli oggetti (attuali e possibili) con concetti, con congiunzioni di proprietà massimamente specificate (data la risoluzione offerta dallo spazio), noi manterremo distinti gli oggetti dai concetti che li classificano, dalla loro posizione in un sistema concettuale. Questa distinzione permette un approccio chiaro e rigoroso per la rappresentazione non solo di informazione parziale sugli oggetti (*sottodeterminazione*) ma anche, come preciseremo nella prossima sezione, sui concetti e sulla categorizzazione (*roughness*).

In ambito cognitivo, la riduzione di oggetti a concetti è stata criticata da Pylyshyn (2007) che esclude che l'individuazione stessa degli oggetti possa fondarsi su un sistema prettamente concettuale: “l'identificazione concettuale richiede necessariamente una base non concettuale” (Pylyshyn, 2007, p.36). Servendosi di una serie di evidenze sperimentali, Pylyshyn sostiene che l'individuazione e la tracciatura (*tracking*) degli oggetti siano assicurati da un meccanismo di basso

⁴ Si tratta del punto all'infinito, cioè la distanza di $*$ da qualsiasi altro punto dello spazio è infinita.

livello, chiamato FINST, integrato nel nostro sistema visivo. FINST “non seleziona gli oggetti sulla base delle loro proprietà” (Pylyshyn, 2007, p.18), in questa fase gli oggetti sono semplici dimostrativi: non si conosce che *cosa* è stato selezionato—l'oggetto non è stato ancora categorizzato—ma soltanto *quale* oggetto è stato selezionato. La (re-)identificazione degli oggetti è quindi distinta dalla classificazione, non è più necessario riferirsi a condizioni necessarie e sufficienti o a concetti sortali pre-esistenti per distinguere un oggetto da un altro o per seguirlo attraverso i cambiamenti nel tempo. Una volta identificato un oggetto, l'accuratezza della sua classificazione in termini di concetti dipende dall'informazione disponibile. Tale informazione può cambiare nel tempo, si possono ad esempio acquisire nuove informazioni (o addirittura perderne). In tal senso, un *object file*—si veda (Kahneman, Treisman e Gibbs, 1992)—può essere inteso come un “modo di associare informazione agli oggetti selezionati e indicizzati dal meccanismo FINST. Quando un oggetto è visto per la prima volta (...) un *file* per tale oggetto è creato. Ogni *object file* ha un riferimento FINST al particolare individuo al quale l'informazione si riferisce” (Pylyshyn, 2007, p.38). Un *object file* permette quindi di raggruppare, mantenere e aggiornare l'informazione relativa ad un oggetto ed ai suoi cambiamenti, è una sorta di *controparte cognitiva* di un oggetto, ottimo candidato per una semantica cognitiva delle costanti individuali.⁵

La riduzione di un oggetto ad un vettore di punti introduce anche un'altra serie di problemi, già parzialmente evidenziati in (Gauker, 2007), visto che l'estensione spaziale e quella temporale sarebbero in tal caso entrambe puntuali. Ontologicamente questa posizione è una sorta di *quadri-dimensionalismo* estremo (Sider, 2001). Gli oggetti che appartengono alla sfera del senso comune —ad esempio un computer o una macchina—sono invece usualmente concepiti come persistenti e spazialmente estesi. Il quadri-dimensionalismo stesso nega la fondatezza ontologica ma non l'importanza concettuale degli oggetti di senso comune, li riduce cioè a somme mereologiche di *parti temporali*, una sorta di ‘vermi’ spazio-temporali. Chella, Frixione e Gaglio sono consci di questo problema. Infatti in (Chella, Frixione e Gaglio, 1997) la denotazione di un oggetto è in generale estesa, è un insieme di *knoxels*, il termine usato per indicare i punti di uno spazio concettuale corrispondenti a *blocchi geometrici base*. Nell'ambiente dinamico analizzato in (Chella, Frixione e Gaglio, 2000) in cui gli oggetti cambiano nel tempo, gli stessi autori assumono che, per denotare un oggetto, sia necessaria una *traiettoria temporale* di *knoxels*. In quest'ottica, Gärdenfors, per dare un riferimento agli oggetti di senso-comune in termini di spazi concettuali, deve essere in grado di costruire questi ‘vermi’ la cui individuazione richiede (notoriamente problematici) criteri di unità. Un approccio simile a quello di Chella, Frixione e Gaglio è seguito da Guizzardi (2015) che inoltre affronta il problema della persistenza degli oggetti attraverso l'uso delle proprietà sortali che sono in grado di stabilire se un certo oggetto è presente o meno in un mondo possibile. Inoltre consideriamo l'esempio di una mela *a* non uniformemente colorata: *a* è completamente scarlatta tranne per una piccola macchia di colore oliva. Nonostante la macchia, si è inclini a classificare la mela come scarlatta. Esistono però alcune proprietà che vengono attribuite ad un tutto sulla base della distribuzione spaziale delle proprietà delle sue componenti. Ad es. “essere a pois” ha una natura intrinsecamente distribuzionale ed è una proprietà dell'intero che emerge dalla distribuzione dei suoi colori. Quindi, non solo si devono individuare dei criteri per identificare gli oggetti di senso comune ma è necessario anche introdurre dei criteri per poter attribuire loro delle proprietà sulla base (della distribuzione) delle proprietà dei loro componenti. Questo sembra addirittura andare contro l'idea che fonda la costruzione stessa degli spazi concettuali. Infatti è plausibile che i giudizi di similarità alla base della costruzione dei domini degli spazi concettuali riguardino oggetti con una rilevanza cognitiva, oggetti di senso comune e non singoli punti spazio-tempo-colore-ecc. Si è allora di fronte ad una di circolarità simile a quella evidenziata da Pylyshyn: per individuare i concetti servono gli oggetti di senso-comune ma per individuare gli oggetti di senso comune servono dei criteri basati sulla classificazione concettuale dei loro componenti atomici.

La teoria degli *object files* diventa rilevante anche per un'altra forma di informazione parziale qui chiamata *sottodeterminazione*. Si consideri il caso in cui non è data l'esatta tonalità di

⁵ Si noti che l'identificazione basata esclusivamente sulla localizzazione spaziale è stata criticata sia da Pylyshyn (2007) che da Matthen (2005).

un oggetto, se è scarlatto, magenta o cremisi (che assumiamo essere punti dello spazio dei colori), si conosce soltanto che è rosso, dove rosso = {scarlatto, magenta, cremisi}. Oltre che in ambito cognitivo, la sottodeterminazione è rilevante in ambito scientifico o sociale in cui gli oggetti sono classificati attraverso sistemi di misura con risoluzioni diverse—si veda (Mari e Giordani, 2012)—oppure quando, su tali oggetti, si hanno dati o opinioni discordanti provenienti da strumenti o persone diversi.

Tecnicamente interpretiamo le *costanti individuali* del linguaggio logico nella controparte cognitiva/mentale degli oggetti, come ad esempio gli *object files* (appartenenti ad un insieme O). Introduciamo poi una funzione σ di natura epistemologica che associa ad ogni oggetto cognitivo⁶ o in O un *sottoinsieme* dello spazio C : $\sigma(o) \subseteq C$ rappresenta quindi l'informazione disponibile su o , caratterizza la localizzazione di o in C che ha un ruolo di sistema di riferimento statico⁷. Ad esempio, dati $C = \Delta_{\text{COLORE}} \times \Delta_{\text{PESO}} \times \Delta_{\text{ESTETICA}} \times \Delta_{\text{FORMA}}$ e $\Delta_{\text{FORMA}} = \{f_1, \dots, f_n, *\}$, $\sigma(o) = \{(scarlatto, 1kg, *f_1), \dots, (scarlatto, 1kg, *f_n), (scarlatto, 2kg, *f_1), \dots, (scarlatto, 2kg, *f_n)\}$, scritto in maniera compatta $\sigma(o) = (scarlatto, \{1kg, 2kg\}, *, \{f_1, \dots, f_n\})$, rappresenta il fatto che o è (1) scarlatto, (2) pesa 1kg o 2kg, (3) non ha proprietà estetiche e (4) ha una forma di cui però non si conosce il valore.⁸ Un oggetto o è completamente determinato quando $\sigma(o)$ è un *singleton*, ovvero $\sigma(o)$ contiene soltanto un punto di C . Il modello proposto può essere facilmente esteso per rappresentare sia la dinamica dell'informazione—quale informazione è disponibile ad un certo tempo—sia la dimensione privata dell'informazione—chi è in possesso di tale informazione. Per quanto riguarda il cambiamento, è possibile introdurre un parametro temporale nella funzione σ che indica a quale stato dell'oggetto l'informazione si riferisce. Alternativamente si può introdurre un dominio temporale nello spazio C , sempre che il dominio del tempo possa essere generato a partire da giudizi di similarità. Non considereremo questi aspetti in quanto segue.

4. Predicati unari, concetti, e predicazione

In primo luogo, sfruttando la tecnica utilizzata per trattare la sottodeterminazione degli oggetti, è possibile rappresentare omogeneamente le proprietà ed i concetti naturali di Gärdenfors.⁹ Le proprietà nel dominio Δ_i di uno spazio n dimensionale C sono sottoinsiemi di C con forma $(\Delta_1, \dots, \Delta_{i-1}, S_i, \Delta_{i+1}, \dots, \Delta_n)$, dove $S_i \subseteq \Delta_i$. Ogni proprietà introduce quindi dei vincoli che riguardano un unico dominio. I concetti hanno invece forma (S_1, \dots, S_n) dove (a) per ogni i , $S_i \subseteq \Delta_i$ e (b) esiste almeno un j tale che $S_j \subseteq \Delta_j$. È facilmente verificabile che le proprietà sono incluse tra i concetti; per tale ragione e per il fatto che la logica non distingue diversi tipi di predicati unari, parleremo soltanto di concetti. L'interpretazione dei predicati unari nei concetti cattura l'*intensione* dei predicati, le informazioni rilevanti che un agente cognitivo ha a disposizione per classificare gli oggetti sotto tali predicati, il *Sinn* fregeano (Frege, 1980), che si discosta dalla definizione in termini di *mondi possibili* sviluppata a partire da Carnap. L'*estensione* di un predicato, ovvero l'insieme degli oggetti classificati da tale predicato, può essere determinata collezionando tutti gli oggetti localizzati (tramite la funzione σ) sotto il concetto che interpreta il predicato.

In secondo luogo, per rendere conto del rapporto epistemico tra un agente cognitivo e l'intensione (e quindi estensione) di un predicato, assumiamo che i concetti possano anche essere *rough*. Negli spazi concettuali, la metrica dei domini può essere usata per produrre una tassellatura di Voronoi in regioni convesse a partire da un insieme di *prototipi*, uno per ogni proprietà. In tal caso, le proprietà e i concetti risultano *sharp*, si può stabilire con certezza se un oggetto ricade o meno sotto un concetto, prospettiva piuttosto implausibile da un punto di vista cognitivo. Inoltre, come discusso in (Decock e Douven, 2014), è esclusa qualsiasi forma di vaghezza o *fuzziness*, si passa sempre in maniera netta da un concetto ad un altro. Per introdurre la vaghezza, Decock e Douven (2014) propongono di generare le regioni che corrispondono ai concetti assumendo più prototipi per lo stesso concetto. Per ragioni di spazio, in questa sede non è possibile confrontarci né

⁶ Nel seguito parleremo semplicemente di oggetti.

⁷ Gauker (2007) introduce alcune critiche molto interessanti relative alla staticità degli spazi concettuali.

⁸ Si noti che Δ_{FORMA} indica la totale incertezza sulla forma mentre $\Delta_{\text{FORMA}} - \{*\}$ indica che la forma è rilevante per l'oggetto in questione senza peraltro che se ne conosca il valore.

⁹ Si ricordi però che la condizione di convessità non viene presa in considerazione nel presente lavoro.

con la generazione dei concetti, né con il tema della vaghezza. Seguendo (Masolo e Porello, 2016) ci occupiamo invece di concetti *imprecisi*. Per evitare possibili fraintendimenti, usiamo il termine tecnico *rough* definito dalla teoria dei *rough sets* (Pawlak, 1982). Un *rough set* di uno spazio concettuale C è definito da una coppia (A, B) tale che $A \subseteq B \subseteq C$. L'insieme A rappresenta l'*interno* del *rough set*, il complemento di B rappresenta l'*esterno*, mentre $B - A$ rappresenta la *frontiera*.¹⁰ Un concetto *rough* C corrisponde a un *rough set* di C ed è un concetto del quale non si ha una definizione precisa ed esaustiva: le proprietà appartenenti all'*interno* del concetto sono sufficienti per classificare le istanze sotto C , quelle appartenenti all'esterno sono sufficienti per escludere tale possibilità, mentre quelle appartenenti alla frontiera sono, in generale, soddisfatte solo da alcune istanze di C . Pertanto, degli oggetti posizionati nella frontiera di C , non si può affermare con certezza né che siano istanze di C né che non lo siano.¹¹ Formalmente, i concetti *sharp* sono un caso particolare di quelli *rough*, sono i concetti (A, B) tali che $A = B$, cioè la cui frontiera è vuota, non si ha incertezza sulla classificazione, sulle proprietà sufficienti e necessarie per classificare un oggetto sotto tale concetto.

Combinando la possibile parzialità dell'informazione circa gli oggetti (sottodeterminazione) e i concetti (*roughness*) si distinguono quattro tipi di modelli per un linguaggio predicativo:

1. gli oggetti sono completamente determinati e i concetti sono *sharp*;
2. gli oggetti sono completamente determinati e i concetti sono *rough*;
3. gli oggetti sono sottodeterminati e i concetti sono *sharp*;
4. gli oggetti sono sottodeterminati e i concetti sono *rough*.

Il primo caso corrisponde alle assunzioni di Gärdenfors, con la significativa differenza che noi non identifichiamo gli oggetti con i punti nello spazio, per le ragioni discusse precedentemente. La semantica di enunciati predicativi del tipo $P(a)$ richiede quindi due valori di verità: $P(a)$ è vero se $\sigma([a]) \subseteq [P]$, dove $[\cdot]$ è la funzione d'interpretazione tale che, come già detto, $[a] \in O$ e $[P] \subseteq C$. Ciò comporta che l'estensione di un predicato sia anch'essa *sharp*.

Gli altri casi introducono forme di incertezza che si riflettono, con modalità diverse, sull'incertezza della predicazione. Ad esempio, nel caso 3 in cui gli oggetti sono interpretati in insiemi di punti in C , la sottodeterminazione indica che l'agente cognitivo è in possesso di informazioni contrastanti oppure di informazioni imprecise (rispetto alla granularità dello spazio concettuale). Si possono allora discutere due possibili letture della predicazione. Chiamiamo la prima *certezza della verità*: $P(a)$ è vero se e solo se tutte le informazioni associate ad a sono contenute nel concetto associato a P , cioè, come nel caso 1, $\sigma([a]) \subseteq [P]$. Per stabilire la verità di un enunciato predicativo occorre quindi esserne certi, occorre non avere alcuna informazione che contrasta l'affermazione che a è P . In maniera simmetrica possiamo definire la *certezza della falsità*: $P(a)$ è falso se e solo se $\sigma([a]) \cap [P] = \emptyset$. Per affermare che un enunciato è falso occorre non avere alcuna informazione che contrasta con questa affermazione, ossia, nessun punto di $\sigma([a])$ è contenuto in $[P]$. Per queste due letture la semantica è basata su due valori di verità.

Si può introdurre una terza lettura che richiede certezza sia nelle affermazioni sulla verità della predicazione sia sulle affermazioni circa la falsità della predicazione. In questo caso occorre introdurre almeno un terzo valore di verità, di solito chiamato *indeterminato*. Schematicamente, $P(a)$ è vero se $\sigma([a]) \subseteq [P]$, è falso se $\sigma([a]) \cap [P] = \emptyset$ ed è indeterminato se $\sigma([a]) \not\subseteq [P]$ e $\sigma([a]) \cap [P] \neq \emptyset$. Quest'ultimo caso rappresenta la situazione in cui non si hanno evidenze conclusive per la predicazione, dato che vi sono sia informazioni che supportano la verità della proposizione che informazioni che ne supportano la falsità. La semantica della predicazione può quindi essere rappresentata mediante la logica a tre valori di Kleene.¹² Si noti che in questo caso,

¹⁰ Si veda (Akama e Murai, 2005) e (Avron e Konikowska, 2008) per una trattazione della logica dei *rough sets*.

¹¹ In termini della teoria dei prototipi, si può prendere in considerazione una classificazione con gradi a due soglie (definibili in termini delle metriche dei domini): una associata all'interno A , l'altra alla frontiera $B - A$. Un'altra possibilità consiste nel seguire l'approccio multi-prototipale proposto da Decock e Douven (2014).

¹² Anche il caso 2 richiede una logica a tre valori, si veda (Masolo e Porello, 2016).

anche se l'intensione di un predicato è *sharp*, la sottodeterminazione dell'informazione sugli oggetti comporta che l'estensione del predicato sia un insieme *rough*: vi sono oggetti che appartengono alla frontiera dell'estensione del predicato che non sono né classificati come *C* né come non-*C*.

Il caso 4 assume incertezza sia sull'oggetto che sul concetto. Siccome i concetti *sharp* possono essere visti come casi particolari dei concetti *rough* e gli oggetti determinati come casi particolari degli oggetti sottodeterminati, questo caso è anche il più generale dei quattro. Analogamente al caso 3, si possono considerare la certezza della verità o della falsità che richiedono due valori di verità, mentre il caso più generale necessita di quattro valori di verità. Un trattamento approfondito di questo caso esula da questo lavoro, si veda (Masolo e Porello, 2016) per più dettagli.

5. Relazioni

Il caso delle predicazione di relazioni *n*-arie presenta tutta la complessità del caso unario discusso nella sezione precedente, ossia, anche l'intensione delle relazioni può essere distinta in *sharp* e *rough* e così le informazioni relative agli oggetti messi in relazione, i *relata*, possono essere determinati o sottodeterminati. Per ragioni di spazio, in questa sezione assumeremo soltanto il caso di relazioni binarie con *relata* completamente determinati. Quanto proposto può essere comunque facilmente adattato al caso *n*-ario e alla sottodeterminazione.

La trattazione cognitiva delle relazioni *n*-arie esibisce ulteriori difficoltà che discuteremo e preciseremo sulla base della distinzione filosofica tra relazioni *interne* ed *esterne*. Senza entrare nei dettagli di un dibattito complesso, presentiamo la distinzione così come è stata formulata da Russell (1992). Una relazione (binaria) *R* è *interna* se il valore di verità di un enunciato relazionale $R(a,b)$ è derivabile da fatti che riguardano esclusivamente i relata *a* e *b*. Al contrario, una relazione *esterna* comporta che ulteriori informazioni, oltre a quelle circa *a* e *b*, siano disponibili per stabilire il valore di verità di $R(a,b)$. Richiamiamo due posizioni consolidate nel dibattito filosofico relative allo status delle relazioni esterne: i *riduzionisti*, ad esempio Parsons (2009), sostengono che non vi sia alcun fatto relazionale che sia un *truth-maker* di una relazione esterna, essi possono sempre essere ridotti a fatti monadici; gli *anti-riduzionisti*, ad esempio Russell (1992) e Armstrong (1997), affermano l'esistenza di enunciati relazionali che hanno come *truth-maker* fatti relazionali irriducibili.

Nella breve discussione riguardante la rappresentazione delle relazioni nell'ambito degli spazi concettuali, Gärdenfors sembra focalizzarsi sulle relazioni interne ed assumere una posizione riduzionista: “[una] relazione tra due oggetti può essere vista come un semplice caso di un *pattern* della posizione degli oggetti lungo una particolare dimensione di qualità” (Gärdenfors, 2000, p.93). Mentre gli oggetti corrispondono a punti e le proprietà (i concetti) a regioni (convesse) dello spazio, le relazioni sono rappresentate da proprietà di livello superiore, ovvero da regioni in uno spazio prodotto. Si tratta di una soluzione principalmente tecnica in quanto, per Gärdenfors, gli spazi prodotto si riducono al prodotto cartesiano degli spazi componenti e la metrica dello spazio prodotto, che dovrebbe rappresentare e spiegare i giudizi di similarità su *n*-uple di oggetti, è definita come funzione delle metriche degli spazi componenti. La similarità di livello superiore è quindi ridotta a quelle lungo gli spazi componenti e il valore di verità di enunciati relazionali $R(a,b)$ dipende quindi soltanto da giudizi di similarità lungo le dimensioni di qualità relative ad *a* e *b*. Da una prospettiva ontologica, Gärdenfors sembra suggerire che i giudizi di similarità sulle configurazioni del mondo possano sempre essere spiegati in termini di giudizi di similarità sugli oggetti coinvolti, da cui segue la nostra affermazione circa la sua posizione riduzionista sulle relazioni esterne.¹³

Consideriamo per ora relazioni interne ed enunciati relazionali del tipo $R(a,b)$. Abbiamo visto che le costanti individuali *a* e *b* sono interpretate in oggetti che a loro volta sono localizzati

¹³ Occorre tuttavia sottolineare che questa posizione riduzionista non è condivisa da tutta la comunità che lavora sugli spazi concettuali. Per esempio, Aisbett e Gibbon (2001) e Fiorini (2014) sembrano adottare una nozione più debole di spazio prodotto. In questo caso, la metrica di uno spazio prodotto non è necessariamente una funzione delle metriche dei suoi componenti; cioè, i giudizi di similarità su *n*-uple dello spazio prodotto non sono in generale riducibili a giudizi di similarità relativi agli spazi componenti.

nello spazio C tramite la funzione σ . Analogamente al caso dei predicati unari, l'intensione di una relazione binaria (interna) R è un sottoinsieme (*sharp* o *rough*) del prodotto cartesiano $C \times C$ che individua i vincoli che i relata devono soddisfare per stare nella relazione R . Si tratta quindi di insiemi di coppie di valori nello spazio C e non di coppie di oggetti. Infatti, l'estensione di R (che è un insieme di coppie di oggetti) è stabilita come nel caso dei predicati unari tramite σ . Ad esempio, la relazione “essere più alto di” è data dall'insieme di coppie di vettori (x, y) di C per cui il valore dell'altezza in x è maggiore di quello in y . Conseguentemente, per stabilire il valore di verità dell'enunciato “ a è più alto di b ” occorre soltanto avere informazione sulle altezze di a e di b e confrontarle tramite la relazione d'ordine che *struttura* la dimensione delle altezze che è implicita nella costruzione della dimensione stessa. La relazione “essere più alto di” è quindi interna, anzi diremo che è *strutturale*, in quanto è completamente riducibile a relazioni strutturali in (domini o dimensioni di) C .¹⁴ Riassumendo, le relazioni *strutturali* sono relazioni interne che dipendono esclusivamente da informazioni sui relata su dimensioni e/o domini noti e da relazioni strutturali sulle dimensioni o sui domini in questione. Nel caso in cui una dimensione di qualità o un dominio ammettano più relazioni strutturali il sussistere di $R(a,b)$, con R strutturale, dipende da una funzione definita a partire dalle relazioni e operazioni strutturali date. Tali relazioni ricordano quelle *formali*, il cui sussistere dipende principalmente da elementi concettuali e non materiali (Mulligan, 1998).¹⁵

Il tipo di relazioni considerato da Gärdenfors, come abbiamo visto, è circoscritto alle relazioni interne. Più precisamente, le relazioni riconducibili a proprietà di ordine superiore sono tutte relazioni strutturali. È possibile però considerare relazioni interne non-strutturali. Ad esempio, la relazione “molto più alto di” riferita alle stature è interna in quanto chiama in causa soltanto informazioni sulle altezze dei relata. Tuttavia la qualificazione ‘molto’ oltre ad essere contestuale (alle altezze delle persone) introduce anche un elemento ‘soggettivo’, non-formale, non-strutturale. Si tratta infatti di stabilire quale soglia la differenza tra le altezze dei relata debba superare per rientrare nel caso “molto più alto di”. È possibile definire le *relazioni interne non-strutturali* come relazioni interne *definibili* a partire dalle relazioni strutturali sulle dimensioni di qualità ma non riducibili ad esse. Tali relazioni possono essere anche *rough*, vale a dire, possono essere rappresentate da sottoinsiemi *rough* di $C \times C$, basta in questo caso riferirsi a due soglie diverse.

A valle della discussione precedente, possiamo definire come *esterne* le relazioni R per cui il valore di verità di $R(a,b)$ non sia definibile in termini delle qualità dei relata, vale a dire che il confronto tra le qualità dei relata non è sufficiente a stabilire l'intensione della relazione. Le relazioni esterne coincidono quindi con le relazioni che non sono interne come, per esempio, molte relazioni sociali (“essere sposato con”, “essere dipendente di”, ecc.) ma anche ontologiche (“essere parte di”). Le relazioni *thick* come definite in (Mulligan, 2008) ricadono anch'esse in questa tipologia, ad esempio “ a ama b ”, “ a ha ucciso b ” oppure, nel caso ternario, “ a preferisce b a c ”. Queste relazioni non possono quindi essere rappresentate tramite spazi di ordine superiore, pena la loro infondatezza cognitiva dovuta proprio all'irriducibilità a confronti lungo le dimensioni dello spazio. Anche alcune categorie, chiamate *relazionali* (passeggero, carnivoro, ladro, ecc.) sono determinate da una struttura relazionale e non dalle proprietà intrinseche dei relata. Gärdenfors (2014) considera quelle caratterizzabili attraverso i ruoli tematici di *eventi* a loro volta definiti sulla base dello spazio concettuale delle *azioni*. A tale proposito è interessante notare come la struttura del dominio delle azioni—che secondo Gärdenfors sono descritte in termini di *pattern* di *forze*—sia generata a partire da giudizi di similarità tra azioni. Gärdenfors sembra quindi distinguere due categorie ontologiche di entità,¹⁶ gli oggetti e le azioni, e individuare spazi concettuali separati per le une e per le altre. Lo spazio usato per rappresentare gli *eventi* è invece uno spazio di ordine superiore che utilizza sia i domini dello spazio per classificare gli oggetti sia quelli dello spazio per

¹⁴ In molti casi, si usano i numeri reali per rappresentare i valori di un dominio. In tal caso, oltre all'ordinamento si considerano anche operazioni algebriche quali la somma o la sottrazione che permettono di calcolare la distanza Euclidea tra punti.

¹⁵ È interessante notare che le relazioni strutturali sembrano, per definizione, essere tutte *sharp*, se si assume, come fa la teoria degli spazi concettuali, che le relazioni strutturali dei relativi domini siano anch'esse *sharp*.

¹⁶ Tale distinzione è supportata dall'esistenza di meccanismi percettivo/neuronale diversi per l'elaborazione dell'informazione statica e dinamica.

classificare le azioni. Questo ci porta a pensare che un simile meccanismo possa valere anche per le relazioni esterne non riducibili a ruoli tematici di eventi. Una prima possibilità considera l'introduzione di spazi concettuali *relazionali*, spazi costruiti a partire da giudizi di similarità definiti su *coppie* (o *n*-uple) di oggetti. In tal senso però, Goldstone e Son (2005) hanno esaminato alcuni casi di confronto che coinvolgono più oggetti in cui la *configurazione* (*disposizione*) degli oggetti, il modo in cui sono *strutturati*, influenza il giudizio di similarità.¹⁷ Da una parte questo problema complica l'applicazione della tecnica del *multidimensional scaling* a serie di giudizi di similarità tra coppie, dall'altra non è chiara quale sia la controparte cognitiva delle coppie di oggetti (nozione peraltro problematica anche dal punto di vista ontologico), si tratta in fondo di una concezione matematica delle relazioni. Per ovviare a questo problema, in aggiunta agli oggetti e azioni, si potrebbero introdurre gli *stati*: *fatti*, *stati di cose*, *situazioni*, ecc. Lo spazio concettuale per classificare gli stati potrebbe quindi essere utilizzato per rappresentare le relazioni esterne non coperte dagli eventi. Pur non essendo in grado di supportare la fondatezza cognitiva degli stati con dati sperimentali, ci preme sottolineare un possibile legame con gli *schemi di immagini*. Gli stati potrebbero essere cognitivamente intesi come il risultato dell'applicazione di una struttura spaziale (o più astratta) a determinati oggetti. In tal caso una relazione esterna potrebbe essere fondata proprio sul sussistere di una struttura concettuale su certi oggetti. Tale ipotesi rimane per ora una semplice visione.

6. Costanti Logiche

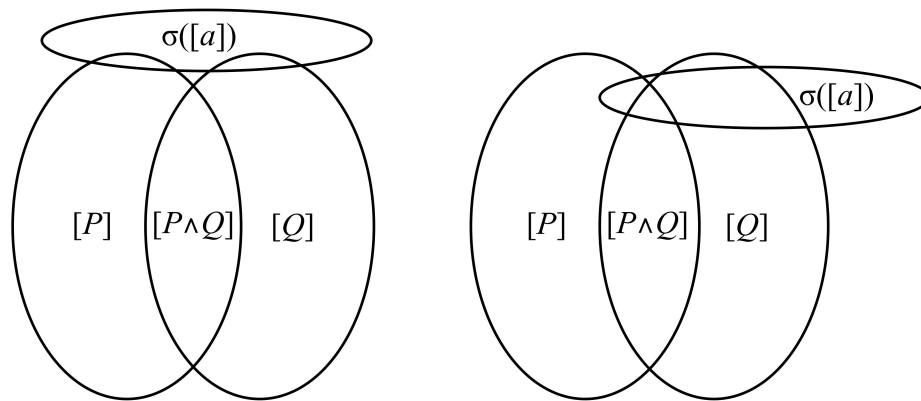
Siamo interessati a studiare la composizione di concetti mediante operatori logici e a valutare a quali operazioni *negli spazi concettuali* tali operatori corrispondano. Seguendo l'approccio di Avron e Konikowska (2008), introduciamo nel linguaggio *predicati complessi* definiti a partire da predicati atomici. L'idea è di avere nel linguaggio congiunzioni, disgiunzioni e negazioni concettuali che operano sulle intensioni dei predicati, sui concetti. Definiamo quindi (per induzione) i seguenti termini predicativi $\neg P$, $P \cdot Q$, $P \neq Q$ a partire da un insieme dato di predicati atomici. La definizione di enunciato generalizza quella standard: un enunciato è dato dall'applicazione di un predicato (*n*-ario), inclusi i predicati complessi che abbiamo introdotto, a (*n*) costanti individuali. Ad esempio, $(P \cdot Q)(a)$ indica l'applicazione alla costante *a* del predicato complesso $P \cdot Q$ che rappresenta il concetto risultante dalla congiunzione dei concetti rappresentati da *P* e *Q*. Diventa allora interessante studiare il legame tra le condizioni di verità dell'enunciato complesso $P(a) \cdot Q(a)$ e quelle dell'enunciato atomico $(P \cdot Q)(a)$ che coinvolge il predicato complesso $P \cdot Q$. Analogamente per la disgiunzione e la negazione.

Per garantire la composizionalità dei significati, occorre quindi definire le operazioni sui concetti che forniscono l'intensione dei predicati complessi. Nel caso di predicati *sharp*, possiamo definire le operazioni sui concetti mediante le controparti insiemistiche: ad esempio, l'intensione di $[P \cdot Q]$ è data dall'intersezione delle intensioni di *P* e *Q*, ovvero $[P] \cap [Q]$. Analogamente, la disgiunzione corrisponde all'unione e la negazione al complemento insiemistico. Da questa definizione, nel caso di predicati *sharp* e oggetti determinati, possiamo calcolare il valore di verità di $(P \cdot Q)(a)$ semplicemente verificando se $\sigma([a]) \in [P] \cap [Q]$. In questo caso, una volta definita la congiunzione (tra enunciati) mediante la tavola di verità standard a due valori, il valore di verità di $(P \cdot Q)(a)$ coincide con quello di $P(a) \cdot Q(a)$. L'estensione di $(P \cdot Q)$ è determinata dalla sua intensione tramite la funzione σ e coincide con l'intersezione delle estensioni di *P* e *Q*. Nel caso di predicati *rough*, l'intensione dei predicati complessi si può definire in maniera composizionale ma in termini di operazioni su *rough sets*, si veda (Masolo e Porello, 2016) per i dettagli. La controparte cognitiva della composizione di concetti diventa quindi più elaborata rispetto a quella classica.

I casi 3 e 4 considerati in sezione 4 sono interessanti in quanto introducono una forma di indeterminatezza (diversa dalla sottodeterminazione e *roughness*) che riguarda il rapporto tra intensione ed estensione dei predicati complessi. Senza entrare nei dettagli tecnici, per i quali rimandiamo a (Masolo e Porello, 2016), mostriamo innanzitutto come in questi casi il valore di

¹⁷ Questo fenomeno si presenta anche nel caso di similarità tra singoli oggetti inseriti in un contesto strutturale. Si noti che la modalità con cui gli oggetti sono collegati agli oggetti che li circondano influenza i giudizi di similarità.

verità degli enunciati che contengono predicati complessi possa essere, anche nel caso di una logica trivalente, non determinato. Concentriamoci sulla terza lettura del caso 3 in cui gli oggetti sono sottodeterminati e i concetti sono *sharp*, cioè sia gli oggetti che i concetti sono associati a sottoinsiemi di C . In questa lettura, un enunciato $P(a)$ è *indeterminato* (valore u) se $\sigma([a]) \not\subseteq [P]$ e $\sigma([a]) \cap [P] \neq \emptyset$. Assumiamo ora che i valori di verità di $P(a)$ e $Q(a)$ siano entrambi indeterminati e chiediamoci quale sarebbe il valore di verità di $(P \wedge Q)(a)$. Tale valore si stabilisce valutando la posizione $\sigma([a])$ rispetto a $[P \wedge Q]$ che qui definiamo in modo classico come $[P] \cap [Q]$. Si ottengono i due casi illustrati qui di seguito.



In entrambi i casi si ha $\sigma([a]) \not\subseteq [P]$, $\sigma([a]) \cap [P] \neq \emptyset$, $\sigma([a]) \not\subseteq [Q]$ e $\sigma([a]) \cap [Q] \neq \emptyset$. Tuttavia, nel caso di sinistra $\sigma([a]) \cap [P] \cap [Q] = \emptyset$, mentre nel caso di destra $\sigma([a]) \cap [P] \cap [Q] \neq \emptyset$. Quindi il valore di verità associato a $(P \wedge Q)(a)$ è falso nel caso di sinistra e indeterminato nel caso di destra. Ne consegue che la semantica a tre valori non cattura il comportamento della composizione di concetti in maniera *deterministica*: se l'applicazione di due concetti ad uno stesso oggetto è indeterminata, la congiunzione dei concetti non può essere ottenuta *deterministicamente* mediante una tavola di verità. Analoga situazione si verifica con la disgiunzione. Si deve quindi ricorrere alle tavole di verità *non-deterministiche* proposte da Avron e Konikowska (2008)¹⁸:

\neg	t	u	f
	f	u	t

\wedge	t	u	f
t	t	u	t
u	u	$\{u, f\}$	u
f	t	u	f

\vee	t	u	f
t	t	u	t
u	u	$\{t, u\}$	u
f	t	u	f

Quindi, l'intensione della congiunzione di concetti è ben definita, essa è semplicemente l'intersezione delle intensioni, ma essa non consente di determinare l'estensione del predicato. Il non-determinismo delle operazioni concettuali, che segue di fatto dalle assunzioni sulla parziale conoscenza circa gli oggetti o i concetti, introduce un elemento non composizionale (a livello dell'estensione) difficilmente aggirabile.

Uno studio approfondito degli operatori logici e dei loro corrispettivi semantici negli spazi concettuali è lasciato per un lavoro futuro. Concludiamo menzionando la possibilità di associare la logica trivalente summenzionata con un'interpretazione basata sull'informazione disponibile ad un agente che ragiona su enunciati logici (Restall, 2002). Risulta quindi possibile un confronto con le semantiche per le logiche rilevanti sviluppate in termini di spazi concettuali in (Masolo e Porello,

¹⁸ Si osservi che le tavole di verità non-deterministiche sono state introdotte da Quine (1973) per trattare ad esempio il caso in cui non si possano né asserire né rifiutare i congiunti di una congiunzione. Una lettura dell'argomento di Quine in termini di contenuto informativo dei connettivi logici è stata proposta in (D'Agostino 2014).

2015) dove, semanticamente, l'implicazione è un operatore che aggiorna le informazioni disponibili sugli oggetti, la loro localizzazione nello spazio concettuale C.

7. Conclusioni

Abbiamo discusso alcuni elementi per lo sviluppo di una semantica cognitiva, basata sugli spazi concettuali, di un linguaggio formale predicativo. Alcuni elementi importanti richiedono ulteriori sviluppi. In primo luogo, lo studio del corrispettivo cognitivo delle relazioni: in questo lavoro abbiamo proposto una modellizzazione per quanto riguarda le relazioni interne; le relazioni esterne sembrano più difficili da catturare mediante il meccanismo degli spazi concettuali. In secondo luogo, abbiamo evidenziato solo alcune modalità di composizione dei concetti mediante connettivi, evidenziando in particolare la problematicità del possibile non-determinismo delle estensioni; abbiamo tralasciato in questa sede un approccio esaustivo allo studio del ragionamento logico basato su enunciati cognitivamente accessibili. Questo sviluppo richiede, oltre a una estensione del nostro approccio alla quantificazione, un confronto con le teorie cognitive del ragionamento, in particolare con i modelli mentali di Johnson-Laird.

Concludiamo notando come il progetto di una semantica cognitiva per un linguaggio formale predicativo ci abbia portato a mettere in discussione alcuni assunti fondamentali della rappresentazione fornita dagli spazi concettuali: il problema della rappresentazione degli oggetti come punti dello spazio concettuale, la determinazione dei concetti come *rough* o *sharp*, la comprensione delle relazioni come interne o esterne, e la composizione dei concetti mediante connettivi sono temi che, oltre ad essere necessari allo sviluppo formale della semantica cognitiva, indicano possibili sviluppi ed approfondimenti della teoria stessa degli spazi concettuali.

Riferimenti

- Akama, S. e Murai, T. (2005). Rough set semantics for three-valued logics. In K. Nakamatsu e J. Abe (a cura di), *Advances in Logic Based Intelligent Systems*, IOS press, pp. 242–247.
- Avron, A. e Konikowska, B. (2008). Rough sets and 3-valued logics. *Studia Logica*, 90(1), pp. 69–92.
- Armstrong, D. (1997). *A world of states of affairs*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Aisbett, J. e Gibbon, G. (2001). A general formulation of conceptual spaces as a meso level representation. *Artificial Intelligence*, 133(1), pp. 189–232.
- Baker, L. R. (2007). *The metaphysics of everyday life. An essay in practical realism*. Cambridge University Press.
- Beall, J., Brady, R., Dunn, J. M., Hazen, A. P., Mares, E., Meyer, R. K., Sylvan, R. (2012). On the ternary relation and conditionality. *Journal of philosophical logic*, 41(3), pp. 595–612.
- Borg, I., Groenen, P. J. (2005). *Modern multidimensional scaling: Theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- Chella, A., Frixione, M. Gaglio, S. (1997). A cognitive architecture for artificial vision, *Artificial Intelligence*, 89, pp. 73–111.
- Chella, A., Frixione, M. Gaglio, S. (2000). Understanding dynamic scenes, *Artificial Intelligence*, 123, pp. 89–132.
- D'Agostino, M. (2014). Analytic inference and the informational meaning of the logical operators. *Logique et Analyse*, 227, pp. 407–437.
- Decock, L., Douven, I. (2011). Similarity after Goodman. *Review of philosophy and psychology*, 2(1), pp. 61–75.
- Fiorini, S. R. (2014). *Similarity, structure and spaces: representation of part-whole relations in conceptual spaces*. Tesi di dottorato non pubblicata. Federal University of Rio Grande do Sul.
- Fiorini, S. R., Gärdenfors, P., Abel M. (2014). Representing part-whole relations in conceptual spaces. *Cognitive processing* 15(2), pp. 127–142.
- Frege, G. (1980). On function and concept. In *Translations from the Philosophical Writings of*

- Gottlob Frege*, Oxford: Blackwell, pp. 1–128.
- Frixione, M. e Lieto, A. (2014). Concepts, Perception and the Dual Process Theory of Mind. In E. Machery, J. Prinz e J. Skilters (a cura di), *Baltic Yearbook of Cognition, Logic and Communication*, Volume 9.
- Gärdenfors, P. (2000). *Conceptual spaces: The geometry of thought*. MIT press.
- Gauker, C. (2007). A critique of the similarity space theory of concepts. *Mind & Language*, 22(4), 317–345.
- Goldstone, R. L., Son, J. Y. (2005). Similarity. In K.J. Holyoak, R.G. Morrison (a cura di), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning*, Cambridge University Press, pp. 13–36.
- Guizzardi, G. (2015). Logical, Ontological and Cognitive Aspects of Objects Types and Cross-World Identity with Applications to the Theory of Conceptual Spaces. In P. Gärdenfors e F. Zenker (a cura di), *Applications of Conceptual Space: The Case for Geometric Knowledge Representation*, Synthese Library, Springer, pp.165–186.
- Jackendoff, R. (1990). *Semantic Structures*. Cambridge: MIT Press.
- Johnson, M. (1987). *The Body in the Mind: The Bodily Basis of Cognition*. Chicago: University of Chicago Press.
- Jones, S.S. e Koehly, L.M. (1993). Multidimensional scaling. In G. Keren e C. Lewis (a cura di), *A Handbook for Data Analysis in the Behavioral Sciences*, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 95–163.
- Kosliski, K. (2008). *The structure of objects*. Oxford University Press.
- Kuhn, W. (2007). An Image-Schematic Account of Spatial Categories. In Winter, S., Duckham, M., Kulik, L., Kuipers, B. (a cura di), *Spatial Information Theory*. Springer, pp. 152–168.
- Kutz, O., Bateman, J., Neuhaus, F., Mossakowski, T., Bhatt, M. (2015). E pluribus unum: Formalisation, Use-Cases, and Computational Support for Conceptual Blending. In T.R. Besold, M. Schorlemmer, A. Smaill (a cura di), *Computational Creativity Re-search: Towards Creative Machines*. Atlantis/Springer, pp. 167–196.
- Lakoff, G. (1987). *Women, Fire, and Dangerous Things*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Mares, E. (2010). The nature of information: a relevant approach. *Synthese*, 175(1), pp. 111–132.
- Masolo, C. e Porello, D. (2015). A cognitive view of relevant implication. In A. Lieto, C. Battaglino, D.P. Radicioni e M. Sanguinetti (a cura di), *Proceedings of the 3rd International Workshop on Artificial Intelligence and Cognition*, CEUR, pp. 40–53.
- Masolo, C. e Porello D. (2016). Understanding Predication in Conceptual Spaces. In R. Ferrario e W. Kuhn (a cura di), *Proceedings of the 9th International Conference on Formal Ontology in Information Systems (FOIS 2016)*, IOS Press, pp. 139–152.
- Matthen, M. (2005). *Seeing, Doing, and Knowing. A Philosophical Theory of Sense Perception*. Oxford University Press.
- Meyer, R. K., Routley, R. (1973). Classical relevant logics. *Studia Logica*, 32(1), pp. 51–66.
- Mulligan, K. (1998). Relations—through thick and thin. *Erkenntnis*, 48, pp. 325–43.
- Parsons, J. (2014). Are there irreducibly relational facts? In E. Lowe, A. Rami (a cura di), *Truth and Truth-making*. Routledge, pp. 217–227.
- Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Computer & Information Sciences*, 11(5), pp. 341–356.
- Quine, W. V. O. (1973). *The Roots of Reference*. Open Court.
- Raubal, M. (2004). Formalizing conceptual spaces. In A. Varzi e L. Vieu (a cura di), *Proceedings of the 3th International Conference on Formal Ontology in Information Systems (FOIS 2014)*, IOS Press, pp. 153–164.
- Restall, G. (2002). *An introduction to substructural logics*. Routledge.
- Russell, B. (1992). Some Explanations in Reply to Mr. Bradley. In J. Passmore (a cura di), *Collected Papers of Bertrand Russell*, Volume 6. Routledge, pp. 349–358.